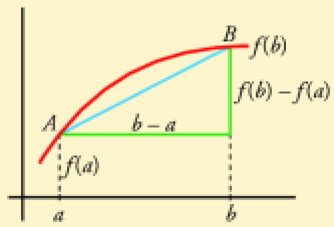
Ficha 1 del coronavirus. Fecha de entrega: miércoles 1 de abril 23:59

5 Tasa de variación media (T.V.M.)

Para medir la rapidez de variación (aumento o disminución) de una función en un intervalo, se utiliza la **tasa de variación media** o **T.V.M.**



Se llama tasa de variación media de la función f en el intervalo $[a, b]$ al cociente entre la variación de la función y la longitud del intervalo.

$$\text{T.V.M. de } f \text{ en } [a, b] = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

Observa que la T.V.M. de f en $[a, b]$ es la pendiente del segmento AB.

En la web

Ejemplos y ejercicios para afianzar el concepto de T.V.M.

Un interesante caso de T.V.M. es la velocidad media: $\dfrac{\text{distancia recorrida}}{\text{tiempo transcurrido}}$.

Problemas resueltos

1. ***Calcular la tasa de variación media de la función dada gráficamente a la derecha en los intervalos [1, 5] y [5, 8].***

En la figura vemos que:

$f(1) = 6$, $f(5) = 9$, $f(8) = 3$. Por tanto:

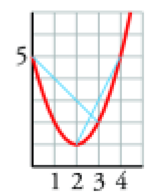
$$\text{T.V.M. de } f \text{ en } [1, 5] = \frac{f(5) - f(1)}{5 - 1} = \frac{9 - 6}{4} = \frac{3}{4}$$

$$\text{T.V.M. de } f \text{ en } [5, 8] = \frac{f(8) - f(5)}{8 - 5} = \frac{3 - 9}{3} = \frac{-6}{3} = -2$$

2. ***Hallar la T.V.M. de la función $y = x^2 - 4x + 5$ en los intervalos [2, 4] y [0, 3].***

$$\text{T.V.M. en } [2, 4] = \frac{f(4) - f(2)}{4 - 2} = \frac{5 - 1}{4 - 2} = \frac{4}{2} = 2$$

$$\text{T.V.M. en } [0, 3] = \frac{f(3) - f(0)}{3 - 0} = \frac{2 - 5}{3 - 0} = \frac{-3}{3} = -1$$

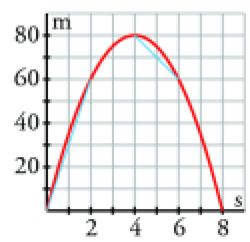


3. ***La altura de una piedra lanzada hacia arriba viene dada por la ecuación $a = 40t - 5t^2$ (a, en m; t, en s). Hallar la velocidad media en los intervalos [0, 2] y [4, 6].***

$$\text{T.V.M. en } [0, 2] = \frac{a(2) - a(0)}{2 - 0} = \frac{60 - 0}{2} = 30 \text{ m/s}$$

$$\text{T.V.M. en } [4, 6] = \frac{a(6) - a(4)}{6 - 4} = \frac{60 - 80}{2} = -10 \text{ m/s}$$

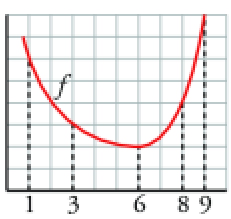
La velocidad se considera positiva cuando la piedra sube y negativa cuando la piedra baja.



Tasa de variación media

Piensa y practica

1.



Halla la tasa de variación media (T.V.M.) de la función f representada, en los intervalos [1, 3], [3, 6], [6, 8], [8, 9] y [3, 9].

2. Halla la T.V.M. de la función $y = x^2 - 4x + 5$ (PROBLEMA RESUELTO 2) en [0, 2], [1, 3] y [1, 4].

3. Halla la velocidad media de la piedra del PROBLEMA RESUELTO 3 en los intervalos [0, 1], [0, 3], [3, 4] y [4, 8].

Debes hacer los ejercicios en el cuaderno de matemáticas. Cuando los tengas, envías una foto al profesor en Edmodo

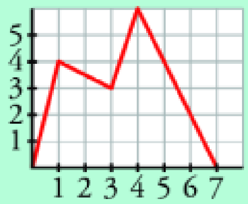
Ficha 2 del coronavirus. Fecha de entrega: viernes 17 de abril 23:59

7 Periodicidad

Función periódica es aquella cuyo comportamiento se repite cada vez que la variable independiente recorre un cierto intervalo. La longitud de ese intervalo se llama **periodo.**

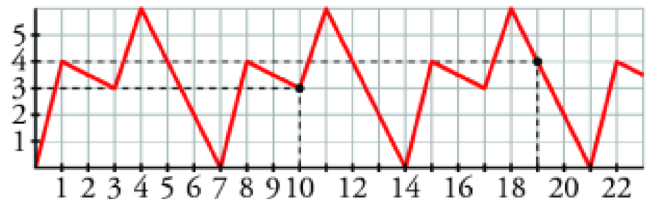
Ejercicio resuelto

En este gráfica se representa el comienzo de una función periódica de periodo 7. Averiguar los valores de esa función en los puntos de abscisas a = 10; b = 19; c = 418,5 y d = 1 778.



$a = 10 \;\rightarrow\; f(10) = f(3) = 3$ (pues $10 = 7 \cdot 1 + 3$, y cada 7 unidades se repite el valor de la función)

$b = 19 \;\rightarrow\; f(19) = f(5) = 4$ (pues $19 = 7 \cdot 2 + 5$)



$c = 418{,}5 \;\rightarrow\; f(418{,}5) = f(5{,}5) = 3$ (pues $418{,}5 = 7 \cdot 59 + 5{,}5$)

$d = 1\,778 \;\rightarrow\; f(1\,778) = f(0) = 0$ (pues $1\,778 = 7 \cdot 254$)

Función periódica, de periodo 7. Cada 7 unidades se repite:

f(0) = f(7) = f(14) = f(21) = ……. = 0

f(1) = f(8) = f(15) = f(22) = ……. = 4

f(2) = f(9) = f(16) = f(23) = ……. = 3,5

f(6) = f(13) = f(20) = f(27) = ……. = 2

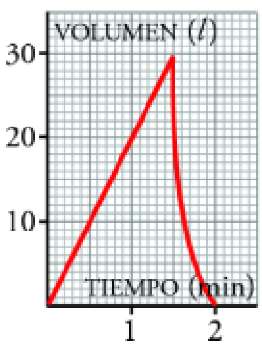
Así podemos sacar cualquier valor:

Por ejemplo f(50) = 4 porque f(50) = f(1) → *de 7 en 7: 1, 8, 15, …. , 43 , 50*

Por ejemplo f(60) = 6 porque f(60) = f(4) → *de 7 en 7: 4, 11, 18, …. , 53 , 60*

Piensa y practica

1. La cisterna de unos servicios públicos se llena y se vacía, automáticamente, cada dos minutos, siguiendo el ritmo de la gráfica adjunta.



a) Dibuja la gráfica correspondiente a 10 min.

b) ¿Cuánta agua habrá en la cisterna en los siguientes instantes?

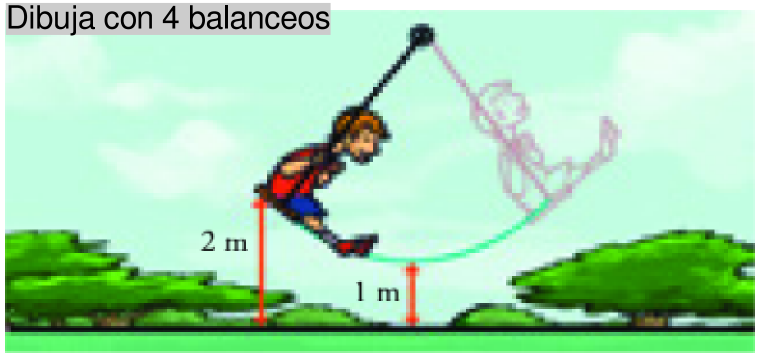
I) 17 min II) 40 min 30 s

III) 1 h 9 min 30 s

mira bien el ejemplo de arriba para hacer el apartado b)

2. Representa en unos ejes la altura a la que está el niño con el paso del tiempo, si cada balanceo (ida y vuelta) dura 4 segundos.

Dibuja con 4 balanceos



Debes hacer los ejercicios en el cuaderno de matemáticas. Cuando los tengas, envías una foto al profesor en Edmodo

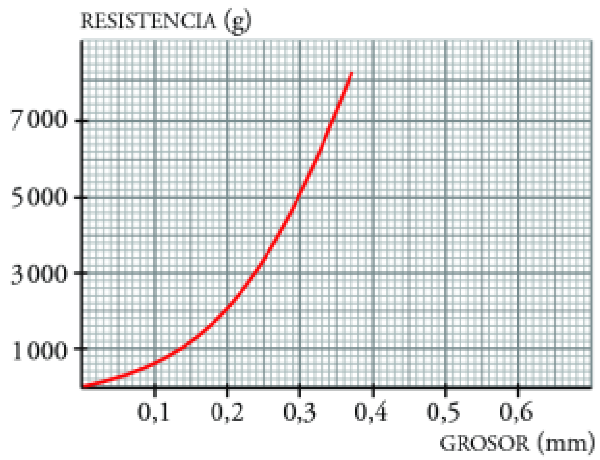
Ficha 3 del coronavirus. Fecha de entrega: viernes 24 de abril 23:59

Ejercicios y problemas

Practica

Interpretación de gráficas

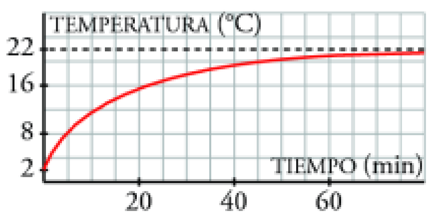
1. La siguiente gráfica relaciona la resistencia de un tipo de sedal de pesca con su grosor:



a) ¿Qué grosor debe tener el sedal de un pescador que quiera pescar truchas que no superen los 2 kg?

b) ¿Con cuántos gramos se podría romper un sedal de 0,22 de grosor? ¿Y de 0,35 mm?

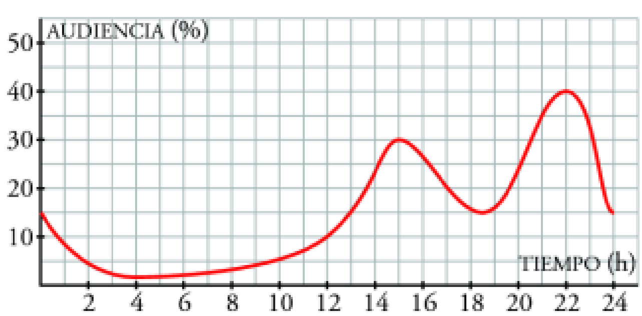
2. Hemos sacado de la nevera un vaso con agua. Esta gráfica muestra la temperatura del agua (en grados centígrados) al pasar el tiempo:



a) ¿Qué temperatura hay dentro de la nevera? ¿Y fuera?

b) Sacamos del microondas un vaso con agua a 98 °C. Dibuja una gráfica que muestre la temperatura del agua al pasar el tiempo.

3. Esta curva muestra la audiencia de televisión en España en un día promedio de abril de 2016. ¿Cuáles son los momentos de más audiencia? Descríbela.



Debes hacer los ejercicios en el cuaderno de matemáticas. Cuando los tengas, envías una foto al profesor en Edmodo

4. Cuando una persona sana toma 50 g de glucosa en ayunas, su glucemia (% de glucosa en la sangre) se eleva, en una hora aproximadamente, desde 90 mg/*dl*, que es el nivel normal, hasta 120 mg/*dl*. Luego, en las 3 h siguientes, disminuye hasta valores algo por debajo del nivel normal, y vuelve a la normalidad al cabo de 5 h.

a) Representa la curva de glucemia en el tramo desde que ingiere la glucosa hasta que vuelve a su nivel normal.

b) Indica en qué momentos alcanza su máximo y en cuáles su mínimo.

5. Un nadador se deja caer desde un trampolín. Su entrenador ha medido el espacio que recorre cada cuatro décimas de segundo mediante un método fotográfico. Obtiene la siguiente tabla:

TIEMPO (s)	0	0,4	0,8	1,2	1,6	2	2,4	2,8
ESPACIO (m)	0	0,8	3,1	7,1	12,5	14	14,5	15

El nadador frena por completo a los 15 m.

a) Representa la gráfica *espacio-tiempo*.

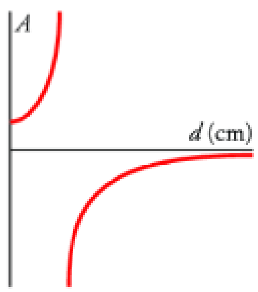
b) ¿Podrías decir en qué momento entró en el agua?

c) ¿Qué velocidad estimas que llevaba en el momento de entrar en el agua?

d) ¿Qué altura tiene el trampolín?

6. El aumento, A, del tamaño de un objeto que se mira a través de una lupa viene dado por esta fórmula y la gráfica de la derecha:

$$A = \frac{2}{2-d}$$



La variable d es la distancia de la lupa al objeto, en cm, y la variable A es el aumento (número por el que se multiplica el tamaño real).

a) Calcula el tamaño aparente, A, de un objeto para los siguientes valores de d:

0; 0,5; 1; 1,5; 1,9; 1,99

b) Para $d = 4$ se obtiene $A = -1$. Eso significa que el objeto se ve del mismo tamaño, pero invertido. Interpreta los valores de A para estos valores de d:

10; 5; 2,4; 2,1; 2,01

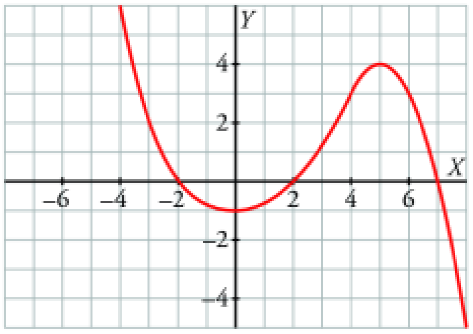
Debes hacer los ejercicios en el cuaderno de matemáticas. Cuando los tengas, envías una foto al profesor en Edmodo

Ficha 5 del coronavirus. Fecha de entrega: viernes 8 de mayo 23:59

Ejercicios y problemas

Características de una función

7. Observa esta función y halla su T.V.M. en los intervalos [0, 4], [0, 5], [5, 7], [0, 7], [–4, 0] y [–4, –2].



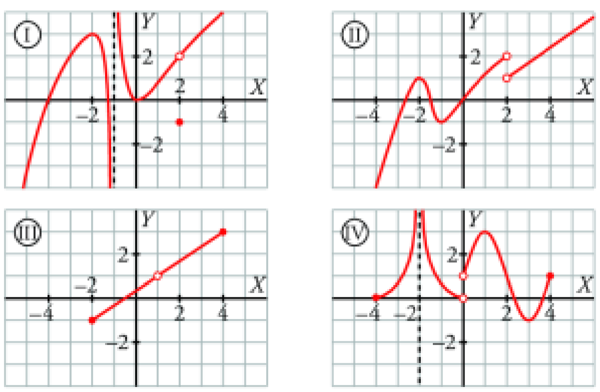
Copia en tu cuaderno la gráfica y dibuja en cada caso el segmento del cual estás hallando la pendiente.

8. Halla la T.V.M. de $y = 3x^3 + 9x^2 - 3x - 9$ en los intervalos [–2, 0], [–1, 0], [–3, –1] y [0, 1].

9. Explica por qué es periódica esta función:

Da su periodo y los valores de la función en los puntos de abscisas $x = 1$, $x = 3$, $x = 20$, $x = 23$ y $x = 42$.

10. Observa estas gráficas discontinuas y contesta:



a) ¿Cuáles son los puntos de discontinuidad? Explica la razón de discontinuidad en cada punto.

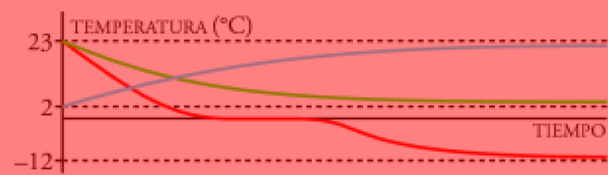
b) ¿Cuál es su dominio de definición? ¿Y la imagen?

c) Indica, si tiene, los máximos y los mínimos relativos.

d) ¿En qué intervalos es creciente? ¿Y decreciente?

Piensa y resuelve

11. Observa las siguientes gráficas de funciones:



a) Relaciona cada curva con estos enunciados sobre la temperatura de un vaso de agua:

I. Cuando pasa de la mesa a la nevera.

II. Cuando se saca de la nevera y se deja en la mesa.

III. Cuando pasa de la mesa al congelador.

b) ¿A qué temperatura está la casa? ¿Y el congelador? ¿Y la nevera?

12. El entrenador de tres nadadores, A, B y C, ha medido cada 5 minutos las distancias recorridas hasta ese momento por cada uno de ellos:

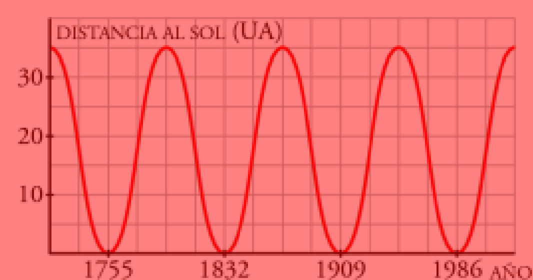
TIEMPO (min)	5	10	15	20	25	30
DISTANCIA A (m)	95	235	425	650	875	1 100
DISTANCIA B (m)	250	500	750	1 000	1 250	1 500
DISTANCIA C (m)	360	710	1 020	1 300	1 490	1 600

a) En unos mismos ejes, dibuja la gráfica *distancia-tiempo* de los tres nadadores. Descríbelas.

b) ¿Hubo algún adelantamiento durante los 30 min?

c) Calcula la velocidad media de cada uno.

13. La órbita del cometa Halley es una elipse muy excéntrica, uno de cuyos focos es el Sol. Esta curva representa la función que relaciona la distancia del cometa al Sol con el paso del tiempo:



a) ¿Es una función periódica? ¿Cuál es su periodo?

b) ¿En qué año volverá a acercarse al Sol?