

8

Sistemas de ecuaciones

Un sistema de ecuaciones es la unión de dos ecuaciones.

La solución del sistema será aquella pareja de soluciones que sea solución de las dos ecuaciones a la vez

1. Comprobación de soluciones. El profesor da las soluciones posibles y hay que comprobar
Comprobar qué pareja de la tabla es la solución del sistema

$$\begin{cases} x+3y=4 \\ x-y=0 \end{cases}$$

x	-2	-1	0	1	2
y	2	-1	0	1	4

Vamos comprobando cada pareja en las dos ecuaciones:

$\begin{cases} x=-2 \\ y=2 \end{cases} \rightarrow$	$\begin{cases} x+3y=4 \\ x-y=0 \end{cases} \rightarrow$	$\begin{cases} -2+3 \cdot 2=4 \quad \checkmark \\ -2-2=0 \quad \times \end{cases} \rightarrow$	No es solución porque falla en una
$\begin{cases} x=-1 \\ y=-1 \end{cases} \rightarrow$	$\begin{cases} x+3y=4 \\ x-y=0 \end{cases} \rightarrow$	$\begin{cases} -1+3 \cdot (-1)=4 \quad \times \\ -1-(-1)=0 \quad \checkmark \end{cases} \rightarrow$	No es solución porque falla en una
$\begin{cases} x=0 \\ y=0 \end{cases} \rightarrow$	$\begin{cases} x+3y=4 \\ x-y=0 \end{cases} \rightarrow$	$\begin{cases} 0+3 \cdot (0)=4 \quad \times \\ 0-0=0 \quad \checkmark \end{cases} \rightarrow$	No es solución porque falla en una
$\begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases} \rightarrow$	$\begin{cases} x+3y=4 \\ x-y=0 \end{cases} \rightarrow$	$\begin{cases} 1+3 \cdot (1)=4 \quad \checkmark \\ 1-1=0 \quad \checkmark \end{cases} \rightarrow$	Esta es la solución porque vale en las dos

Por tanto, la solución del sistema es $x = 1, y = 1$

2. Búsqueda de soluciones

Hacer una tabla de cada ecuación y encontrar la solución del sistema

$$\begin{cases} 8x-12y=0 \\ 2x-y=4 \end{cases}$$

Hay que hacer una tabla para cada ecuación

x	-3	-1	1	3	5
y					

Primera ecuación: despejamos la y para sacar las soluciones

$$y = \frac{8x}{12} \rightarrow$$

x	-3	-1	1	3	5
y	-2	-1	1	2	3

Segunda ecuación: despejamos la y para sacar las soluciones

$$y = 2x - 4 \rightarrow$$

x	-3	-1	1	3	5
y	-10	-6	-2	2	6

Por tanto, la solución del sistema es $x = 3, y = 2$

Ejercicios:

1. Comprobar cuál es la pareja solución de este sistema

$$\begin{cases} 3x - y = -6 \\ -x - 3y = -28 \end{cases}$$

x	-3	-1	1	3	5
y	-3	10	9	15	8

2. Comprobar cuál es la pareja solución de este sistema

$$\begin{cases} -x + 2y = 6 \\ 2x + 2y = 15 \end{cases}$$

x	-3	-1	1	3	5
y	1,5	8,5	3,5	4,5	5,5

3. Buscar la solución del sistema

$$\begin{cases} x - 8y = 2 \\ 5x + 8y = 16 \end{cases}$$

x	-3	-1	1	3	5
y					

4. Buscar la solución del sistema

$$\begin{cases} x + 3y = 42 \\ 5x - 8y = 3 \end{cases}$$

x	10	15	20	25	30
y					

5. Buscar la solución del problema

- Plantea las dos ecuaciones
- Rellena la tabla
- Encuentra la solución

La semana pasada, dos entradas para el cine y una caja de palomitas nos costaron 10 €.

Hoy, por cuatro entradas y tres cajas de palomitas hemos pagado 22 €. ¿Cuánto cuesta una entrada? ¿Y una caja de palomitas?

x	0	1	2	3	4	5	6
y							

Resolver sistemas de ecuaciones: Método gráfico

Vamos a sacar la solución de un sistema de ecuaciones usando una gráfica:

Ejemplo 1:
$$\begin{cases} x - y = 5 \\ 3x - y = 17 \end{cases}$$

Tenemos que hacer dos tablas pequeñas, una para cada ecuación:

- 1ª ecuación: despejamos la incógnita que esté más sencilla, en este ejercicio es la x :

$$x = y + 5$$

Ahora nos inventamos dos valores en la y para obtener la x :

$$y = 2 \rightarrow x = 7$$

$$y = 0 \rightarrow x = 5$$

x	y
7	2
5	0

- 2ª ecuación: despejamos la incógnita que esté más sencilla, en este ejercicio es la y :

$$y = 3x - 17$$

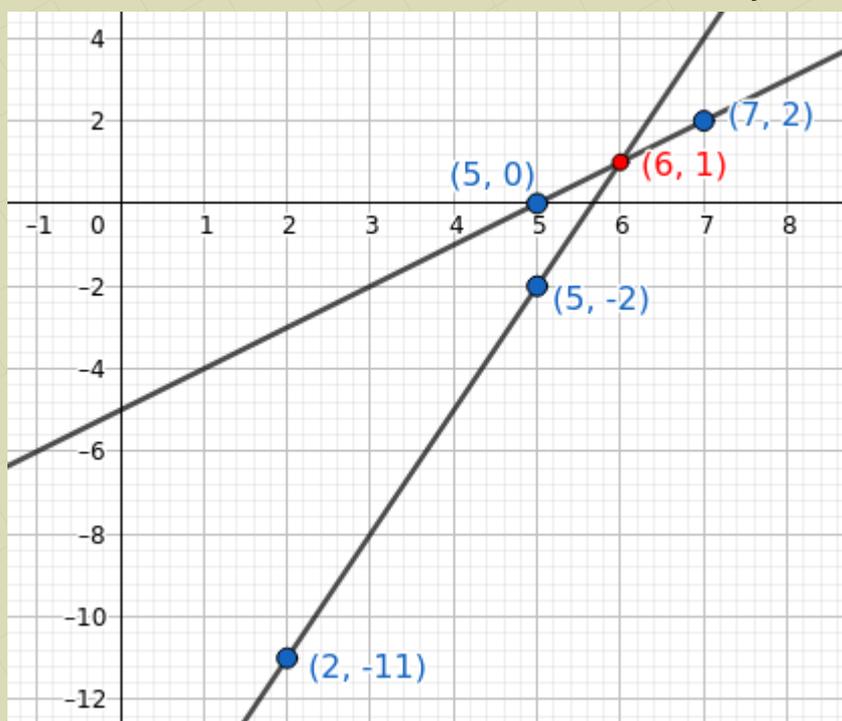
Ahora nos inventamos dos valores en la x para obtener la y :

$$x = 2 \rightarrow y = -11$$

$$x = 5 \rightarrow y = -2$$

x	y
2	-11
5	-2

- Por último, **en una sola gráfica**, representamos una recta para cada ecuación.
- El punto de corte de las rectas es la solución del ejercicio.



La solución del sistema es

$$x = 6, y = 1$$

Ejercicios: Resolver de forma gráfica estos sistemas de ecuaciones:

1.
$$\begin{cases} x + y = 2 \\ -3x + y = 10 \end{cases}$$

3.
$$\begin{cases} 2x + 3y = 50 \\ x - y = 0 \end{cases}$$

5. La semana pasada, dos entradas para el cine y una caja de palomitas nos costaron 10 €.

2.
$$\begin{cases} x + 3y = 25 \\ -3x + y = -5 \end{cases}$$

4.
$$\begin{cases} -4x + 3y = -1 \\ 3x + y = 4 \end{cases}$$

Hoy, por cuatro entradas y tres cajas de palomitas hemos pagado 22 €. ¿Cuánto cuesta una entrada? ¿Y una caja de palomitas?

Resolver sistemas de ecuaciones: Método de IGUALACIÓN

Ejemplo 1:
$$\begin{cases} 3x+6y=4 \\ 2x+y=2 \end{cases}$$

- Elegimos la incógnita que esté más sencilla en las dos ecuaciones: en este caso la y . Despejamos la y en cada ecuación

$$\begin{cases} 3x+6y=4 & \rightarrow y=\frac{4-3x}{6} \\ 2x+y=2 & \rightarrow y=2-2x \end{cases}$$

- IGUALAMOS los dos resultados

$$\rightarrow \frac{4-3x}{6} = 2-2x$$

la y no se pone

- Resolvemos esa ecuación (m.c.m.)

$$\rightarrow \frac{4-3x}{6} = \frac{12-12x}{6}$$

$$\rightarrow 4-3x = 12-12x$$

$$\rightarrow 3x+12x = 12-4$$

$$\rightarrow 15x = 8$$

$$\rightarrow x = \frac{8}{15}$$

- Ya sabemos la x . Del primer paso, elegimos la más sencilla y calculamos

$$\rightarrow y=2-2x$$

$$\rightarrow y=2-2 \cdot \frac{8}{15} = 2 - \frac{16}{15} = \frac{30}{15} - \frac{16}{15} = \frac{14}{15}$$

$$\rightarrow y = \frac{14}{15}$$

Ejemplo 2:
$$\begin{cases} 2x+8y=154 \\ x-3y=0 \end{cases}$$

- Elegimos la incógnita que esté más sencilla en las dos ecuaciones: en este caso la x . Despejamos la x en cada ecuación

$$\begin{cases} 2x+8y=154 & \rightarrow x=\frac{154-8y}{2} \\ x-3y=0 & \rightarrow x=3y \end{cases}$$

- IGUALAMOS los dos resultados

$$\rightarrow \frac{154-8y}{2} = 3y$$

la x no se pone

- Resolvemos esa ecuación (m.c.m.)

$$\rightarrow \frac{154-8y}{2} = \frac{6y}{2}$$

$$\rightarrow 154-8y = 6y$$

$$\rightarrow -14y = -154$$

$$\rightarrow y = \frac{-154}{-14} \rightarrow y = 11$$

- Ya sabemos la y . Del primer paso, elegimos la más sencilla y calculamos

$$\rightarrow x=3y$$

$$\rightarrow x=3 \cdot 11 \rightarrow x = 33$$

Ejercicios:

1. Resolver estos sistemas de ecuaciones por el método de IGUALACIÓN

$$\begin{cases} x - 8y = 2 \\ 5x + 8y = 16 \end{cases}$$

2.
$$\begin{cases} -x + 2y = 6 \\ 2x + 2y = 15 \end{cases}$$

3.
$$\begin{cases} 3x - y = -6 \\ -x - 3y = -28 \end{cases}$$

4.
$$\begin{cases} x + 3y = 42 \\ 5x - 8y = 3 \end{cases}$$

5. Un equipo de básquet lanzó un total de 55 canastas, obteniendo 125 puntos. ¿Cuántos tiros de campo (2 puntos) y triples (3 puntos) realizaron?

$$\begin{array}{l} x : \text{tiros de 2} \\ y : \text{tiros de 3} \end{array} \quad \begin{cases} \text{lanzamientos:} \\ \text{puntos:} \end{cases} \quad \begin{cases} \dots\dots = 55 \\ \dots\dots = 125 \end{cases}$$

6. En la nevera tenemos botellas de agua de 2L y de 3L. Si las 8 botellas que tenemos suponen un total de 19L, ¿cuántas botellas tenemos de cada tamaño?

Resolver sistemas de ecuaciones: Método de IGUALACIÓN

Ejemplo 1:
$$\begin{cases} 3(x+6) - y = 4 \\ 2x + y = 2 - 2x \end{cases}$$

• Quitamos paréntesis y multiplicaciones:

$$\begin{cases} 3x + 18 - y = 4 \\ 2x + y = 2 - 2x \end{cases}$$

• Quitamos denominadores:

• Agrupamos las incógnitas en el lado izquierdo:

$$\begin{cases} 3x - y = 4 - 18 \\ 2x + 2x + y = 2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x - y = -12 \\ 4x + y = 2 \end{cases}$$

Se hace el método como en la ficha anterior:

• Elegimos la incógnita que esté más sencilla en las dos ecuaciones: en este caso la y . Despejamos la y en cada ecuación

$$\begin{cases} \rightarrow -y = -12 - 3x \rightarrow y = 12 + 3x \\ \rightarrow y = 2 - 4x \end{cases}$$

• IGUALAMOS los dos resultados

$$12 + 3x = 2 - 4x$$

• Resolvemos esa ecuación

$$3x + 4x = 2 - 12$$

$$7x = -10$$

$$x = \frac{-10}{7}$$

• Ya sabemos la x . Falta obtener la y . Del primer paso, elegimos la más sencilla y calculamos

$$y = 12 + 3x = 12 + 3 \cdot \left(\frac{-10}{7}\right) = 12 - \frac{30}{7} = \frac{84}{7} - \frac{30}{7} = \frac{54}{7}$$

$$y = \frac{54}{7}$$

la y no se pone

Ejercicios:

1. Resolver estos sistemas de ecuaciones por el método de IGUALACIÓN

Primero hay que eliminar paréntesis, multiplicaciones y denominadores. Luego agrupar

a)
$$\begin{cases} 2x + y = 0 \\ 5x - 3 = 9y - 3 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} 2(3x - 2) = y - 1 \\ 3(x + y) + 2(x - y) = 8 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} \frac{x}{3} - \frac{y}{2} = 4 \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{4} = 2 \end{cases}$$

d)
$$\begin{cases} 3(x + 1) + 2(y - 3) = 8 \\ 4(7 - 2x) - (2y - 5) = -3 \end{cases}$$

2. Resolver estos problemas por el método de IGUALACIÓN

a) El precio de un museo es 7 € la entrada adulta y 3 € la infantil. El martes visitaron el museo 235 personas y se recaudaron 1 485 €. ¿Cuántas entradas adultas y cuántas infantiles se vendieron?

b) En un test de 50 preguntas, por cada una acertada te dan 4 puntos y por cada una errónea o no contestada te restan 3 puntos. Si mi nota ha sido 116 puntos, ¿cuántos aciertos y cuántos fallos he tenido?

Resolver sistemas de ecuaciones: Método de SUSTITUCIÓN

Ejemplo 1:
$$\begin{cases} 3x+6y=24 \\ -4x+y=3 \end{cases}$$

- En este método elegimos **solo una** incógnita de **una** de las ecuaciones. En este ejercicio, la más sencilla es la y de la segunda ecuación:

$$\begin{cases} 3x+6y=24 \\ -4x+y=3 \end{cases} \rightarrow y=3+4x$$

- Lo que ha salido se SUSTITUYE en la otra ecuación, usando paréntesis

$$\begin{cases} 3x+6y=24 \\ -4x+y=3 \end{cases} \rightarrow \rightarrow 3x+6 \cdot (3+4x)=24$$

- Ya tenemos una ecuación que podemos hacer:

$$\begin{aligned} 3x+6 \cdot (3+4x) &= 24 \\ 3x+18+24x &= 24 \\ 3x+24x &= 24-18 \\ 27x &= 6 \end{aligned}$$

$$x = \frac{6}{27} \quad \boxed{x = \frac{2}{9}}$$

- Ya sabemos la x . Usamos de nuevo el primer paso para obtener la y :

$$\rightarrow y=3+4x$$

$$y=3+4 \cdot \frac{2}{9} = 3 + \frac{8}{9} = \frac{27}{9} + \frac{8}{9} = \frac{35}{9} \quad \boxed{y = \frac{35}{9}}$$

Ejemplo 2:
$$\begin{cases} 2x+6y=-8 \\ -4x+8y=-12 \end{cases}$$

- En este método elegimos **solo una** incógnita de **una** de las ecuaciones. En este ejercicio, la más sencilla es la x de la primera ecuación:

$$\begin{cases} 2x+6y=-8 \\ -4x+8y=-12 \end{cases} \rightarrow x = \frac{-8-6y}{2}$$

- Lo que ha salido se SUSTITUYE en la otra ecuación, usando paréntesis

$$\begin{cases} 2x+6y=-8 \\ -4x+8y=-12 \end{cases} \rightarrow \rightarrow -4 \cdot \left(\frac{-8-6y}{2} \right) + 8y = -12$$

- Ya tenemos una ecuación que podemos hacer:

$$-4 \cdot \left(\frac{-8-6y}{2} \right) + 8y = -12$$

$$\left(\frac{32+24y}{2} \right) + 8y = -12$$

$$\frac{32+24y}{2} + \frac{16y}{2} = \frac{-24}{2}$$

$$40y = -56$$

$$\boxed{y = \frac{-56}{40} = \frac{-7}{5}}$$

- Ya sabemos la y . Usamos de nuevo el primer paso para obtener la x :

$$\rightarrow x = \frac{-8-6y}{2}$$

$$\rightarrow \boxed{x = \frac{-8-6 \cdot \left(\frac{-7}{5} \right)}{2} = \frac{-8+\frac{42}{5}}{2} = \frac{-40+\frac{42}{5}}{2} = \frac{\frac{2}{5} + \frac{2}{5}}{2} = \frac{\frac{4}{5}}{2} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}}$$

Ejercicios:

1. Resolver estos sistemas de ecuaciones por el método de SUSTITUCIÓN

$$\text{a) } \begin{cases} x + y = 3 \\ 4x - y = 7 \end{cases} \quad (\text{Soluc: } x=2, y=1)$$

$$\text{b) } \begin{cases} 2x - 3y = 12 \\ 3x + y = 7 \end{cases} \quad (\text{Soluc: } x=3, y=-2)$$

$$\text{c) } \begin{cases} 3x - 2y = 9 \\ 2x + 5y = -13 \end{cases} \quad (\text{Soluc: } x=1, y=-3)$$

2. Resolver estos problemas por el método de SUSTITUCIÓN

- a) Con dos tipos de barniz, de 3,50 €/kg y de 1,50 €/kg, queremos obtener un barniz de 2,22 €/kg. ¿Cuántos kilogramos tenemos que poner de cada clase para obtener 50 kg de la mezcla? (Soluc: 18 kg del barniz de 3,50 y 32 kg del de 1,50)
- b) Hemos sacado de un banco 3100 €. El cajero nos ha dado 110 billetes, algunos de 20 € y otros de 50 €. ¿Cuántos billetes de 20 € y cuántos de 50 nos ha entregado? (Soluc: 80 billetes de 20 y 30 de 50)

Resolver sistemas de ecuaciones: Método de SUSTITUCIÓN

Ejemplo 1:
$$\begin{cases} 3(x+6) - y = 4 \\ 2x + y = 2 - 2x \end{cases}$$

• Quitamos paréntesis y multiplicaciones:

$$\begin{cases} 3x + 18 - y = 4 \\ 2x + y = 2 - 2x \end{cases}$$

• Quitamos denominadores:

• Agrupamos las incógnitas en el lado izquierdo:

$$\begin{cases} 3x - y = 4 - 18 \\ 2x + 2x + y = 2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x - y = -12 \\ 4x + y = 2 \end{cases}$$

Se hace el método como en la ficha anterior:

• Elegimos la incógnita que esté más sencilla en una de las ecuaciones

$$\rightarrow y = 2 - 4x$$

la y no se pone

• SUSTITUIMOS en la otra ecuación:

$$\begin{cases} 3x - y = -12 \\ 4x + y = 2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x - (2 - 4x) = -12 \\ 4x + y = 2 \end{cases}$$

• Resolvemos esa ecuación

$$3x - 2 + 4x = -12$$

$$7x = -10$$

$$x = \frac{-10}{7}$$

• Ya sabemos la x. Falta obtener la y. Usamos de nuevo el primer paso:

$$y = 2 - 4x$$

$$y = 2 - 4 \cdot \left(\frac{-10}{7}\right) = 2 + \frac{40}{7} = \frac{14}{7} + \frac{40}{7} = \frac{54}{7}$$

$$y = \frac{54}{7}$$

Ejercicios:

1. Resolver estos sistemas de ecuaciones por el método de SUSTITUCIÓN

c)
$$\begin{cases} 3y - 2 = x - 2(x + y) \\ (x + 4) + 2(y - 2) = 18 - x - y \end{cases}$$

Solución: $x = 12, y = -2$

d)
$$\begin{cases} 3x - 2(y - 1) = y - x + 1 \\ 2x - y = x + y - 9 \end{cases}$$

Solución: $x = 5, y = 7$

e)
$$\begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{y}{5} = \frac{11}{5} \\ \frac{4x - 5y}{2} = 2 \end{cases}$$

Solución: $x = 6, y = 4$

2. Resolver estos problemas por el método de SUSTITUCIÓN

Raquel paga 3 € por 1 bote de gel y 1 bolsa de galletas, y Luis paga 4 € por 1 bote de gel y 2 bolsas de galletas. Calcula el precio de cada producto.

El precio del bote de gel es 2 € y el precio de la bolsa de galletas es 1 €.

En un aparcamiento hay 120 vehículos entre coches y motos. Si se van 40 coches, el número de coches y el número de motos es el mismo. ¿Cuántos coches hay en el aparcamiento? ¿Y motos?

En el aparcamiento hay 80 coches y 40 motos.

Ejercicios de RESUMEN

Ejercicios:

1. Calcula tres parejas de soluciones de esta ecuación $2x + y = 5$

2. Representa GRÁFICAMENTE este sistema de ecuaciones y di la solución

$$\begin{cases} 2x + y = 5 \\ x + y = 4 \end{cases}$$

Solución: $x = 1, y = 3$

3. Resuelve estos sistemas de ecuaciones por el método de IGUALACIÓN

a)
$$\begin{cases} x + 5y = 4 \\ x - 3y = -4 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} y = \frac{3x+1}{2} \\ 2x + y = 4 \end{cases}$$

d)
$$\begin{cases} 4x + 3y = 3 \\ 2x + 6y = 3 \end{cases}$$

a) $x = -1, y = 1$

b) $x = 1, y = 2$

d) $x = \frac{1}{2}, y = \frac{1}{3}$

4. Resuelve estos sistemas de ecuaciones por el método de IGUALACIÓN

a)
$$\begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 3 \\ \frac{x+y}{8} = 2 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} x + 5(y-1) = \frac{x-1}{2} \\ \frac{4(x+1)}{5} = 6y + 1 \end{cases}$$

a) $x = 10, y = 6$

b) $x = 4, y = \frac{1}{2}$

5. Resuelve estos sistemas de ecuaciones por el método de SUSTITUCIÓN

a)
$$\begin{cases} 4x + y = 9 \\ 3x + 2y = 8 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} -x + 4y = 1 \\ x + 2y = -1 \end{cases}$$

a) $x = 2, y = 1$

b) $x = -1, y = 0$

6. Resuelve estos sistemas de ecuaciones por el método de SUSTITUCIÓN

c)
$$\begin{cases} 2(x - y + 3) - 3x = 0 \\ \frac{2(x+1)}{3} - \frac{y}{2} = 1 \end{cases}$$

d)
$$\begin{cases} \frac{2x}{3} - \frac{3y}{2} = 2(x+y) + 3 \\ \frac{x-y}{3} = \frac{5}{3} \end{cases}$$

c) $x = 2, y = 2$

d) $x = 3, y = -2$

7. Resuelve estas ecuaciones de 2º grado

a) $2x^2 - 7 = 3x - x^2 - 1$

b) $3(x-1) + 5x^2 = x(x+3) + 1$

c) $3x(2-x) - 2 = 4x(x-1) + x^2$

d) $16 - 5x(2x-3) = x - 2x(3x-1)$

a) $x = 2; x = -1$

b) $x = 1; x = -1$

c) $x = 1; x = \frac{1}{4}$

d) $x = 4; x = -1$