

## 8

## Sistemas de ecuaciones

## 1

## Ecuaciones de primer grado con dos incógnitas

Hay ecuaciones en las que tenemos dos números desconocidos.

Ejemplo 1:  $x + y = 6$

Una solución siempre es una pareja de números que la cumplan.

$$x=2, y=4 \quad \text{Sí es solución porque: } 2+4=6 \quad \checkmark$$

$$\text{pero } x=3, y=5 \quad \text{No es solución porque: } 3+5=6 \quad \times$$

Siempre hay infinitas soluciones: todas las parejas que cumplan la ecuación. Se suelen poner en una tabla

x	2	0	3	-2	1,5	5	...
y	4	6	3	8	3,5	0	...

Si se sabe una incógnita, se puede averiguar la otra: sustituyendo y resolviendo la ecuación que queda:

$$\text{☞ } x=12, y=? \rightarrow 12+y=6$$

$$y=6-12$$

$$y=-6$$

$\rightarrow$  la pareja solución es  $x=12, y=-6$

$$\text{☞ } x=?, y=25 \rightarrow x+25=6$$

$$x=6-25$$

$$x=-19$$

$\rightarrow$  la pareja solución es  $x=-19, y=25$

Ejemplo 2:  $2x - 3y = 6$

- Comprobar si estas parejas son solución

$$x=2, y=4 \rightarrow 2 \cdot 2 - 3 \cdot 4 = 6 \quad \times$$

$$x=3, y=0 \rightarrow 2 \cdot 3 - 3 \cdot 0 = 6 \quad \checkmark$$

$$x=9, y=4 \rightarrow 2 \cdot 9 - 3 \cdot 4 = 6 \quad \checkmark$$

- Encontrar la pareja correspondiente:

$$\text{☞ } x=12, y=? \rightarrow 2 \cdot 12 - 3y = 6$$

$$-3y = 6 - 24$$

$$-3y = -18$$

$$y = \frac{18}{3} = 6 \quad \rightarrow \text{ la pareja solución es } x=12, y=6$$

- Rellenar la tabla:

x	3	12		6
y	0	6	-6	

$$2x - 3 \cdot (-6) = 6$$

$$2x + 18 = 6$$

$$2x = 6 - 18$$

$$2x = -12$$

$$x = -6$$

$$2 \cdot 6 - 3 \cdot y = 6$$

$$12 - 3y = 6$$

$$-3y = 6 - 12$$

$$-3y = -6$$

$$y = -2$$

x	3	12	-6	6
y	0	6	-6	-2



Obtener soluciones de una ecuación:  $4x - 25y = 36$

$$\begin{aligned}
 x=2, \quad y=? \quad 4x - 25y &= 36 \\
 4 \cdot 2 - 25y &= 36 \\
 8 - 25y &= 36 \\
 -25y &= 36 - 8 \\
 -25y &= 28 \\
 y &= -\frac{28}{25}
 \end{aligned}$$

Solución:  $x=2, \quad y=-\frac{28}{25}$

$$\begin{aligned}
 x=? \quad y=4 \quad 4x - 25y &= 36 \\
 4x - 25 \cdot 4 &= 36 \\
 4x - 100 &= 36 \\
 4x &= 36 + 100 \\
 4x &= 136 \\
 x &= \frac{136}{4} \\
 x &= 34
 \end{aligned}$$

Otra solución:  $x=34, \quad y=4$

5. Calcula otras tres soluciones de la ecuación anterior:

- a)  $x = 0, \quad y = ?$
- b)  $x = ?, \quad y = 0$
- c)  $x = 4, \quad y = ?$

6. Pon las soluciones obtenidas en una tabla:

x	2	34	0		4
y	$-\frac{28}{25}$	4		0	

7. Repite los ejercicios anteriores para la ecuación  $7x + 4y = 14$

- a)  $x = 2, \quad y = ?$
- b)  $x = ?, \quad y = 4$
- c)  $x = 0, \quad y = ?$
- d)  $x = ?, \quad y = 0$
- e)  $x = 4, \quad y = ?$
- f) Escribe las soluciones en una tabla

8. Calcular algunas soluciones para estos problemas:

1. Calcular el precio de un kilo de manzanas y de un kilo de plátanos, sabiendo que por 1,5 kg de manzanas y 2 kg de plátanos hemos pagado 5,50 €

- a) Plantea la ecuación:
- b)  $x = 1 \text{ €}, \quad y = ?$
- c)  $x = ?, \quad y = 1,25 \text{ €}$
- d)  $x = 1,25 \text{ €}, \quad y = ?$
- e) Pon los resultados en una tabla

2. Hemos comprado refrescos de lata en packs de 6 y en packs de 24 latas cada pack. En total llevamos 120 latas. Calcular cuántos packs de cada clase hemos comprado

x: paquetes de 6 ; y: paquetes de 24

- a) Plantea la ecuación:
- b)  $x = 8, \quad y = ?$
- c)  $x = ?, \quad y = 4$
- d)  $x = 0, \quad y = ?$
- e) Pon los resultados en una tabla

**Representación gráfica de una ecuación lineal**

Cuando se hace una tabla con los valores de una ecuación, los resultados de la tabla se pueden representar en una gráfica.

Ejemplo 1: ecuación  $5x + 4y = 120$

Vamos a rellenar la tabla, pero lo vamos a hacer de una forma más práctica y rápida

x	0	10	20			
y				10	5	0

1. Para obtener las y , en la ecuación despejamos la y:

$$5x + 4y = 120 \rightarrow 4y = 120 - 5x \rightarrow y = \frac{120 - 5x}{4}$$

2. Sustituimos los valores de x para obtener las y:

$$x=0 \rightarrow y = \frac{120 - 5 \cdot 0}{4} = 30$$

$$x=10 \rightarrow y = \frac{120 - 5 \cdot 10}{4} = 17,5$$

$$x=20 \rightarrow y = \frac{120 - 5 \cdot 20}{4} = 5$$

x	0	10	20			
y	30	17,5	5	10	5	0

3. Para obtener las x , en la ecuación despejamos la x:

$$5x + 4y = 120 \rightarrow 5x = 120 - 4y \rightarrow x = \frac{120 - 4y}{5}$$

4. Sustituimos los valores de y para obtener las x:

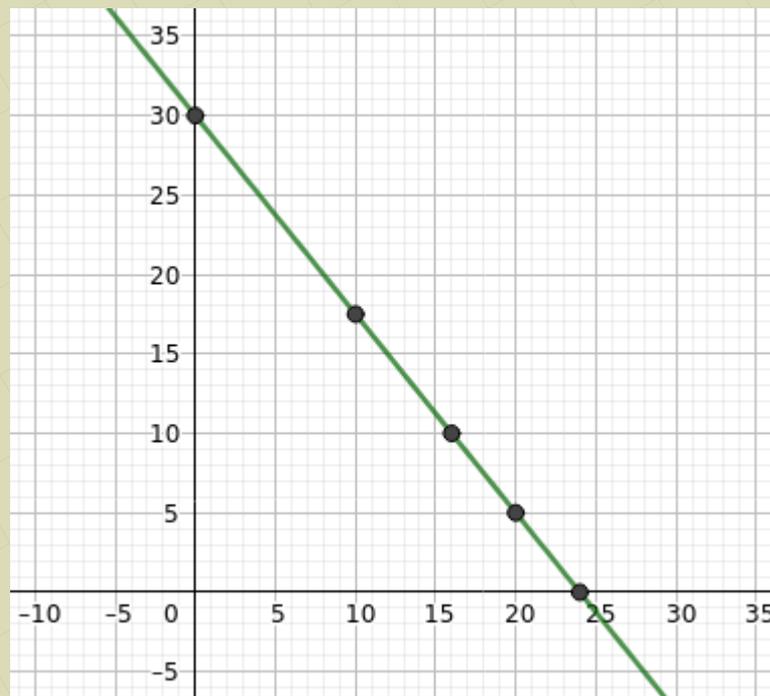
$$y=10 \rightarrow x = \frac{120 - 4 \cdot 10}{5} = 16$$

$$y=5 \rightarrow x = \frac{120 - 4 \cdot 5}{5} = 20$$

$$y=0 \rightarrow x = \frac{120 - 4 \cdot 0}{5} = 24$$

x	0	10	20	16	20	24
y	30	17,5	5	10	5	0

5. Representamos las soluciones en una gráfica. En estos ejercicios los puntos siempre se unen en línea recta



## Representación gráfica de una ecuación lineal

Cuando se hace una tabla con los valores de una ecuación, los resultados de la tabla se pueden representar en una gráfica.

Ejemplo 2: ecuación  $-x+2y=1$

Vamos a rellenar la tabla, pero lo vamos a hacer de una forma más práctica y rápida

x	-2	-1	0			
y			0	1	2	

1. Para obtener las y, en la ecuación despejamos la y:

$$-x+2y=1 \rightarrow 2y=1+x \rightarrow y=\frac{1+x}{2}$$

2. Sustituimos los valores de x para obtener las y:

$$x=-2 \rightarrow y=\frac{1+(-2)}{2}=-0,5$$

$$x=-1 \rightarrow y=\frac{1+(-1)}{2}=0$$

$$x=0 \rightarrow y=\frac{1+0}{2}=0,5$$

x	-2	-1	0			
y	-0,5	0	0,5	0	1	2

3. Para obtener las x, en la ecuación despejamos la x:

$$-x=1-2y \rightarrow x=-1+2y$$

4. Sustituimos los valores de y para obtener las x:

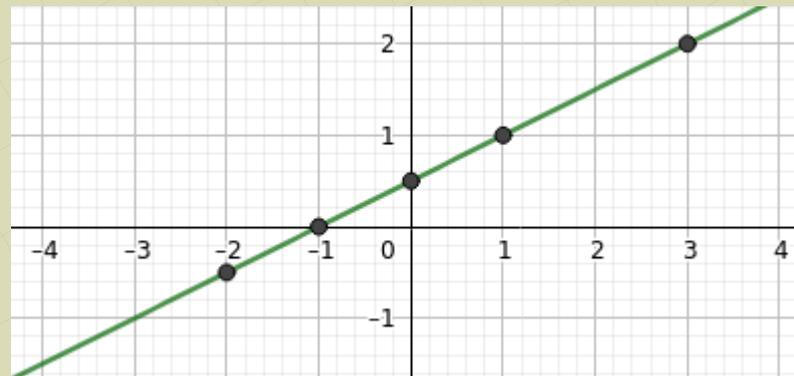
$$y=0 \rightarrow x=-1+2 \cdot 0=-1$$

$$y=1 \rightarrow x=-1+2 \cdot 1=1$$

$$y=2 \rightarrow x=-1+2 \cdot 2=3$$

x	-2	-1	0	-1	1	3
y	-0,5	0	0,5	0	1	2

5. Representamos las soluciones en una gráfica. En estos ejercicios los puntos siempre se unen en línea recta



Ejercicios:

1. Representa gráficamente estas ecuaciones, usando las tablas que se proponen:

a)  $x+3y=-5$

x	1	2	4			
y			0	1	2	

b)  $-4x+3y=12$

x	0	3	6			
y			0	4	8	

3. Un club de atletismo está formado por 75 miembros. Para ir a una competición van en coches de 5 plazas y minibuses de 15. ¿Cuántos coches y cuántos minibuses utilizarán?

x: número de coches. y: número de minibuses

a) Plantea la ecuación

b) Rellena la tabla

c) Haz la gráfica

x	0	3	6			
y			0	1	2	

## Representación gráfica de una ecuación lineal

Vamos a hacer lo mismo que en la ficha anterior, pero más rápido. Como sabemos que todas estas gráficas forman una línea recta, haciendo una tabla con solo dos parejas, es suficiente.

Ejemplo 1. Representar la gráfica de la ecuación  $2x - 5y = 500$

Hacemos una tabla pero solo para dos parejas

x	y

podemos poner el número que queramos

Ponemos el número que queramos en la x , por ejemplo, ponemos 100

x	y
100	

Calculamos su pareja.

Para hacerlo, en la ecuación, sustituimos x por 100:

$$\begin{aligned} 2x - 5y &= 500 \\ 2 \cdot 100 - 5y &= 500 \\ 200 - 5y &= 500 \\ -5y &= 300 \\ y &= -\frac{300}{5} = -60 \end{aligned}$$

Ya tenemos la primera pareja:  $x = 100$  ,  $y = -60$

x	y
100	-60

podemos poner el número que queramos

Para sacar la otra pareja repetimos el proceso:

Ponemos el número que queramos en la x , por ejemplo, ponemos 300

x	y
100	-60
300	

Calculamos su pareja.

Para hacerlo, en la ecuación, sustituimos x por 300:

$$\begin{aligned} 2x - 5y &= 500 \\ 2 \cdot 300 - 5y &= 500 \\ 600 - 5y &= 500 \\ -5y &= -100 \\ y &= \frac{100}{5} = 20 \end{aligned}$$

Ya tenemos la otra pareja:  $x = 300$  ,  $y = 20$

x	y
100	-60
300	20

No necesitamos hacer más soluciones en la tabla.

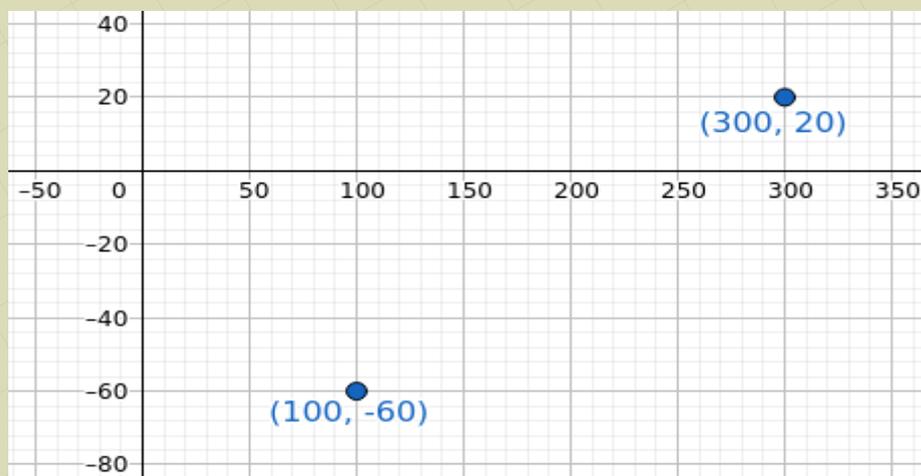
Nos queda hacer la gráfica:

Primero los puntos. Para que queden bien, hacemos una escala de 50 en 50 en el eje X y otra de 20 en 20 en el eje Y

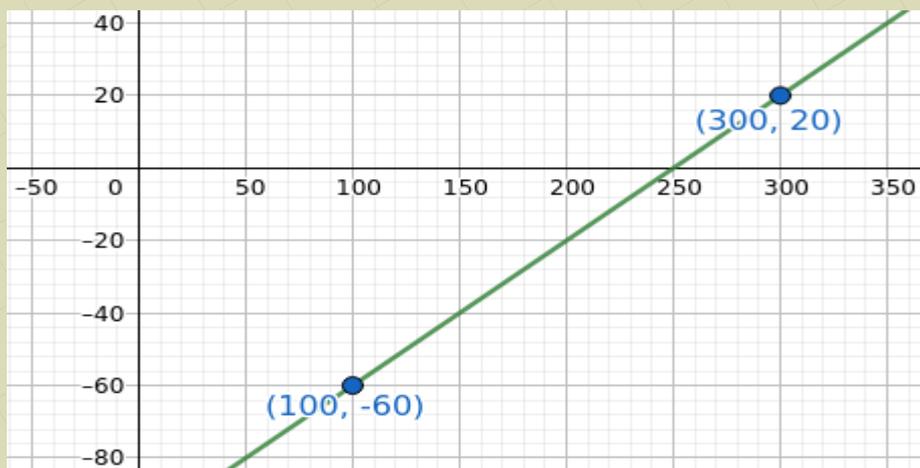


Puntos de la gráfica:

x	y
100	-60
300	20



Para acabar, los unimos con la regla:



Ejemplo 2. Representar la gráfica de la ecuación  $x - 7 \cdot y = 25$

Esta vez vamos a elegir empezar por la y

x	y
	0
	3

podemos poner los números que queramos, en la x o en la y

Como hemos puesto la y, tenemos que hacer las ecuaciones para sacar la x

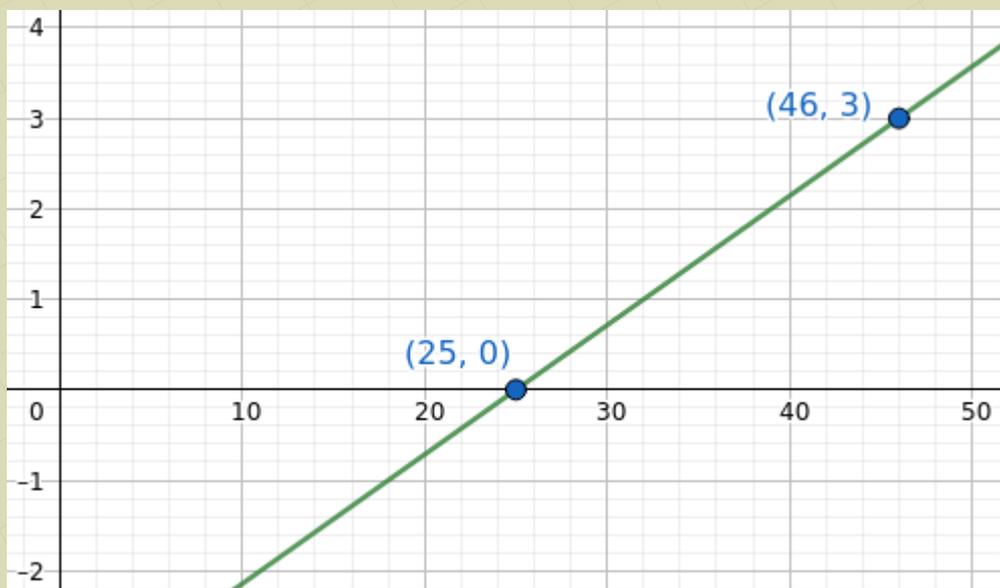
$$x - 7 \cdot 0 = 25$$

$$x = 25$$

$$x - 7 \cdot 3 = 25$$

$$x = 46$$

x	y
25	0
46	3



## Ejercicios

Representar las gráficas de estas ecuaciones:

1.  $2x + 4y = 8$

2.  $4x + 2y = 800$

3.  $-x + 7y = 25$

4. La semana pasada, dos entradas para el cine y una caja de palomitas nos costaron 10 €.

¿Cuánto cuesta una entrada? ¿Y una caja de palomitas?

x : precio de una entrada  
y : precio de un paquete de palomitas

5. En la frutería, un cliente ha pagado 3,90 € por un kilo de naranjas y dos de manzanas.

¿Cuánto cuesta un kilo de naranjas? ¿Y uno de manzanas?