

3 Problemas con fracciones

1. Todo , Parte , Fracción

Ejemplo: en una clase de 25 alumnos, 20 han aprobado, lo que supone 4/5 de aprobados.

$$\frac{\text{Parte}}{\text{Todo}} = \text{Fracción} \quad ; \quad \frac{20}{25} = \frac{4}{5}$$

Diagrama de etiquetas: "Parte" apunta a 20, "Todo" apunta a 25, y "Fracción" apunta a la fracción 4/5.

Tipo 1: Cálculo de la parte.

En una clase de 28 alumnos, $\frac{5}{7}$ han aprobado un examen. ¿Cuántos han aprobado?

$$\frac{x}{28} = \frac{5}{7} \quad ; \quad x = \frac{5 \cdot 28}{7} = 20$$

Diagrama de etiquetas: "Parte" apunta a x, "Todo" apunta a 28, y "Fracción" apunta a la fracción 5/7.

Tipo 2: Cálculo de la fracción

En un examen han aprobado 18 de los 28 alumnos de una clase. ¿Qué fracción ha aprobado?

$$\frac{18}{28} = \text{se simplifica} = \frac{9}{14}$$

Diagrama de etiquetas: "Parte" apunta a 18, "Todo" apunta a 28, y "Fracción" apunta a la fracción 18/28.

Tipo 3: Cálculo del total.

En un examen han aprobado 18 alumnos, lo que supone $\frac{2}{3}$ del total de alumnos. ¿Cuántos alumnos hay en la clase?

$$\frac{18}{x} = \frac{2}{3} \quad ; \quad x = \frac{18 \cdot 3}{2} = 27$$

Diagrama de etiquetas: "Parte" apunta a 18, "Todo" apunta a x, y "Fracción" apunta a la fracción 2/3.

2. Colocación de datos:

1 ¿Cuántos litros de aceite se necesitan para llenar 300 botellas de tres cuartos de litro?

Datos:

300 bot
 $\frac{3}{4}$ lit / bot
x lit

$$\frac{x \text{ lit}}{300 \text{ bot}} = \frac{3}{4} \text{ lit / bot}$$

$$x = \frac{300 \cdot 3}{4} = 225 \text{ litros}$$

2 ¿Cuántas botellas de vino de tres cuartos de litro se llenan con un depósito de 1 800 litros?

Datos:

$\frac{3}{4}$ lit / bot
1800 lit
x bot

$$\frac{1800 \text{ lit}}{x \text{ bot}} = \frac{3}{4} \text{ lit / bot}$$

$$x = \frac{1800 \cdot 4}{3} = 2400 \text{ botellas}$$

3 Un bote de suavizante tiene un tapón dosificador con una capacidad de $\frac{3}{40}$ de litro. ¿Cuál es la capacidad del bote sabiendo que llena 30 tapones?

Datos:

$\frac{3}{40}$ lit / tap
x lit
30 tap

$$\frac{x \text{ lit}}{30 \text{ tap}} = \frac{3}{40} \text{ lit / tap}$$

$$x = \frac{30 \cdot 3}{40} = 2,25 \text{ litros}$$

4 Un bote de suavizante de dos litros y cuarto proporciona, mediante su tapón dosificador, 30 dosis para lavado automático. ¿Qué fracción de litro contiene cada dosis?

Datos:

2,25 lit
30 dosis
F lit / dosis

$$\frac{2,25 \text{ lit}}{30 \text{ dosis}} = F \text{ lit / tap}$$

$$F = \frac{2,25}{30} = \frac{225}{3000} = \frac{3}{40} \text{ lit / tap}$$

5 Un bote de suavizante de dos litros y cuarto lleva un tapón dosificador con una capacidad de $\frac{3}{40}$ de litro. ¿Cuántas dosis contiene el bote?

Datos:

2,25 lit
 $\frac{3}{40}$ lit / dosis
x dosis

$$\frac{2,25 \text{ lit}}{x \text{ dosis}} = \frac{3}{40} \text{ lit / dosis}$$

$$x = \frac{40 \cdot 2,25}{3} = 30 \text{ litros}$$

Fracciones. Potencias

$$\begin{aligned} 2^3 &= 8 \\ (-2)^3 &= -8 \\ 2^4 &= 16 \\ (-2)^4 &= 16 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (+a)^n &= +(a)^n \\ (-a)^n &= \begin{cases} +(a)^n & , \text{ si } n \text{ es par} \\ -(a)^n & , \text{ si } n \text{ es impar} \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2^{-3} &= \frac{1}{8} \\ (-2)^{-3} &= -\frac{1}{8} \\ 2^{-4} &= \frac{1}{16} \\ (-2)^{-4} &= \frac{1}{16} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (+a)^{-n} &= +\frac{1}{a^n} \\ (-a)^{-n} &= \begin{cases} +\frac{1}{(a)^n} & , \text{ si } n \text{ es par} \\ -\frac{1}{(a)^n} & , \text{ si } n \text{ es impar} \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{2}{3}\right)^3 &= \frac{8}{27} \\ \left(-\frac{2}{3}\right)^3 &= -\frac{8}{27} \\ \left(\frac{2}{3}\right)^{-3} &= \frac{27}{8} \\ \left(-\frac{2}{3}\right)^{-3} &= -\frac{27}{8} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{a}{b}\right)^n &= \frac{a^n}{b^n} \\ \left(\frac{a}{b}\right)^{-n} &= \frac{b^n}{a^n} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{3}\right)^3 &= \frac{1}{27} \\ \left(-\frac{1}{3}\right)^3 &= -\frac{1}{27} \\ \left(\frac{1}{3}\right)^{-3} &= 27 \\ \left(-\frac{1}{3}\right)^{-3} &= -27 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{b}\right)^n &= \frac{1}{b^n} \\ \left(\frac{1}{b}\right)^{-n} &= b^n \end{aligned}$$

Ejercicios: Calcula simplificando cuando se pueda

a. $(-3)^2 + (-3)^{-2}$

b. $\left(\frac{3}{2}\right)^2 - \left(\frac{3}{2}\right)^{-2}$

c. $\left(\frac{1}{2}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^{-2}$

d. $\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{5} + 1\right)^{-2}$