

Murcia. 2016

■ CUESTIÓN A2.

Dada la función $f(x) = \frac{ax^2 - 2b}{x^2 + 1}$ donde $a, b \in R$

Soluciones

- a) Hallar el dominio de $f(x)$
- b) Hallar a y b para que la función tenga una asíntota horizontal en $y = 2$ y pase por el punto $(0, 4)$
- c) Para $a = 1$ y $b = 1$ hallar $f'(x)$.

■ CUESTIÓN B1.

Un supermercado necesita, al menos, 80 docenas de huevos de tamaño pequeño, 120 docenas de tamaño mediano y 90 docenas de tamaño grande. Se abastece en dos granjas A y B. La granja A suministra lotes de 4 docenas de huevos pequeños, 12 docenas de medianos y 2 docenas de grandes, y el coste de cada lote es de 6 euros. La granja B proporciona lotes de 2 docenas de huevos pequeños, 2 docenas de medianos y 6 docenas de grandes, con un coste de 4 euros por lote. Además, la granja A puede suministrar, como máximo, 50 lotes y la granja B puede suministrar, como máximo, 60 lotes. Hallar el número de lotes que debe comprar a cada granja para satisfacer sus necesidades con el mínimo coste.

■ CUESTIÓN B2.

Hallar las derivadas de las siguientes funciones:

Solo se exige la derivada.
No hay que simplificar nada después

a) $f(x) = e^{x^2-2}\sqrt{x+1}$

b) $g(x) = \frac{x^3 - x}{x^2 + 2}$

Murcia. 2015

■ CUESTIÓN A5.

De una muestra aleatoria de 600 alumnos de una universidad, 121 tienen beca. Calcular un intervalo de confianza al 90% para la proporción de alumnos de la universidad que tienen beca.

■ CUESTIÓN B1.

En un edificio público se quieren colocar, al menos, 20 máquinas expendedoras entre las de bebidas calientes y las de bebidas frías. Hay disponibles 12 máquinas de bebidas calientes y 40 de bebidas frías. Se pretende que el número de expendedoras de bebidas calientes no sea superior a una tercera parte del de bebidas frías y que, por lo menos, una quinta parte del total de máquinas que se coloquen sean de bebidas calientes. Cumpliendo las condiciones anteriores, ¿qué combinación de máquinas de cada tipo hace que la diferencia del número de máquinas de bebidas frías menos el de bebidas calientes colocadas sea mayor?

Prueba modelo año 2020. Parte 1



**PRUEBA DE ACCESO Y ADMISIÓN A LA
UNIVERSIDAD**
ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA y CENTROS en MARRUECOS
CURSO 2019–2020

**MATEMÁTICAS
APLICADAS A LAS
CIENCIAS SOCIALES II**

- Instrucciones:**
- Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - Elija cuatro de los ocho ejercicios propuestos de al menos tres bloques distintos. Se corregirán los cuatro primeros ejercicios que aparezcan en el examen y que cumplan el requisito anterior.
 - En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima asignada.
 - Todos los resultados deben estar suficientemente justificados.
 - Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin el uso de la misma.

Este examen consta de 4 Bloques (A, B, C y D)

Deberá responder a 4 ejercicios de entre los 8 propuestos con la condición de que pertenezcan al menos a 3 bloques distintos. En caso de responder a más ejercicios de los requeridos, serán tenidos en cuenta los respondidos en primer lugar hasta alcanzar dicho número.

BLOQUE A

EJERCICIO 1

(2.5 puntos) Una empresa textil quiere fabricar dos tipos de camisetas, lisas y estampadas. Para fabricar una camiseta lisa necesita 70 g de algodón y 20 g de poliéster y para cada camiseta estampada 60 g de algodón y 10 g de poliéster. La empresa dispone para ello de 4200 g de algodón y 800 g de poliéster. Para que sea rentable debe fabricar al menos 10 estampadas y además, el doble de las estampadas debe ser al menos igual al número de lisas. Sabiendo que cada camiseta lisa da un beneficio de 5 euros y cada estampada de 4 euros, ¿cuántas camisetas de cada tipo debería fabricar para obtener el máximo beneficio? ¿Cuál es ese beneficio?

EJERCICIO 2

Se considera la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ -2 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

- (0.5 puntos)** Razone si la matriz A es simétrica.
- (1 punto)** Calcule A^{-1} .
- (1 punto)** Resuelva la ecuación matricial $2X \cdot A - A^2 - 3I_3 = O$.

BLOQUE B

EJERCICIO 3

Se considera la función $f(x) = x^3 - 9x + 2$.

- (1 punto)** Obtenga las ecuaciones de las rectas tangentes a la gráfica de la función que sean paralelas a la recta $y = 3x - 3$.
- (1 punto)** Estudie la monotonía y la curvatura de la función f .
- (0.5 puntos)** Calcule $\int f(x) dx$.

EJERCICIO 4

Sea la función $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-1} & \text{si } x < 0 \\ x^2 + a & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$

- (1 punto)** Determine el valor del parámetro a para que f sea continua en todo su dominio. Para ese valor de a , estudie la derivabilidad de f .
- (1.5 puntos)** Para $a = -2$, estudie la monotonía y curvatura de la función f . ¿Tiene algún punto de inflexión?

EJERCICIO

Se consideran las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$,

- [1.25 Puntos] ¿Es invertible la matriz $B+2I_2$? Justifique la respuesta y, en caso afirmativo, calcule $(B + 2I_2)^{-1}$
- [1.25 Puntos] Resuelva la ecuación matricial $A^2 + X \cdot B + 2X = 3B^t$

EJERCICIO

Se considera la ecuación matricial $A \cdot X = A^t \cdot B$, donde $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$,

- [0.5 Puntos] ¿Qué dimensiones debe tener la matriz X ?

EJERCICIO (a partir del curso 2019-2020)

Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ m & n & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

- [0.8 Puntos] Obtenga los valores de m y n para que A coincida con su traspuesta y no tenga inversa.

30. - En una academia de idiomas se imparten inglés y alemán en cuatro niveles y dos modalidades:

grupos reducidos y grupos normales. La matriz $A = \begin{pmatrix} 130 & 160 \\ 120 & 80 \\ 210 & 130 \\ 100 & 60 \end{pmatrix}$ expresa el número de personas, según

el tipo de grupo, donde la primera columna corresponde a los cursos de inglés, la segunda a los de alemán y las filas, a los niveles primero, segundo, tercero y cuarto respectivamente. Las columnas de la matriz $B = \begin{pmatrix} 0,2 & 0,25 & 0,4 & 0,75 \\ 0,8 & 0,75 & 0,6 & 0,25 \end{pmatrix}$ reflejan el tanto por uno de estudiantes (común para ambos idiomas) que siguen curso reducido (primera fila) y curso normal (segunda fila) para cada uno de los niveles.

- Obtener la matriz que proporciona el número de estudiantes por modalidad e idioma.
- Sabiendo que la academia cobra 30 euros por persona en grupos reducidos y 20 euros por persona en grupo normal, hallar la cantidad que obtiene la academia en cada uno de los idiomas.

31. - Tres escritores presentan a un editor, al acabar la enciclopedia, la minuta que se recoge en la tabla adjunta:

	Horas de trabajo	Conferencias dadas	Viajes
Escritor A	40	10	5
Escritor B	80	15	8
Escritor C	100	25	10

El editor paga la hora de trabajo a 75 euros, la conferencia a 300 euros y el viaje a 250 euros. Si sólo piensa pagar, respectivamente, el 30 %, el 20 % y el 10 % de lo que correspondería a cada escritor, ¿qué gasto tendría el editor?

OPCIÓN A

1. (3,25 puntos) Dadas las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} x & 1 & -2 \\ 4 & 1 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -1 & 0 \\ y & 2y \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -9 & 4 \end{pmatrix}$$

Soluciones

- a) (2 puntos) ¿Para qué valores de x e y se tiene $AB = C$?
 b) (1,25 puntos) Calcular, si existe, la matriz inversa de C .
2. (3,25 puntos) El precio (en euros) de una acción de una compañía entre las nueve y las diez de la mañana ha venido dado por la siguiente expresión

$$P(x) = 12 - \frac{2x - 8}{x^2 + 4x + 4}$$

donde $x \in [0,60]$ es el tiempo en minutos desde las nueve de la mañana. Calcular:

- a) (0,25 puntos) El precio de la acción a las nueve y media.
 b) (1 punto) Entre las nueve y las diez de la mañana, ¿durante cuánto tiempo la acción ha tenido un precio mayor que 12 euros?
 c) (2 puntos) El máximo y mínimo precio que ha alcanzado la acción entre las nueve y las diez de la mañana.
3. (3,5 puntos) Se va a realizar un estudio de mercado para estimar la proporción de consumidores que conoce una determinada marca de yogures. Para ello se va a tomar una muestra aleatoria simple de consumidores, se va a preguntar a cada uno si conoce la marca y a partir de los resultados se construirá el intervalo de confianza correspondiente, a nivel de confianza del 91%.
- a) (2 puntos) Si queremos que el intervalo no tenga una amplitud mayor que 0,08 ¿qué tamaño de la muestra debemos escoger?
 b) (1,5 puntos) Decidimos tomar una muestra de tamaño de 175 consumidores; les preguntamos y un total de 126 responden que conocen la marca. Calcular el intervalo de confianza al 91% para la proporción de consumidores que conocen la marca.

OPCIÓN B

1. (3,25 puntos) Un ebanista fabrica sillas y taburetes. Cada silla necesita 4 kilos de madera y 1 hora de trabajo, mientras que cada taburete necesita 2 kilos de madera y 3 horas de trabajo. El beneficio por cada silla es de 70 euros y por cada taburete es de 50 euros. Para la semana que viene quiere fabricar, al menos, 6 sillas y 4 taburetes; dispone, como máximo, de 72 kilos de madera y de 48 horas de trabajo. ¿Cuántas sillas y taburetes debe fabricar para maximizar su beneficio? ¿Cuál será el valor del beneficio en ese caso?

2. (3,25 puntos)

- a) (2 puntos) Dada la función $f(x) = ax^3 + bx^2 + 3x - 6$, con $x \in \mathbb{R}$, encontrar, si existen, a y b tales que f tenga un máximo relativo en $x = -2$ con valor $f(-2) = -6$.
 b) (1,25 puntos) Calcular:

$$\int_0^1 \left(\frac{5x}{\sqrt{8x^2 + 1}} - 3xe^{-4x^2} \right) dx$$

3. (3,5 puntos) Según los datos del Instituto Nacional de Estadística, el 49,3% de la población aragonesa son hombres y el 50,7% son mujeres. Del total de hombres, un 80,9% tienen menos de 65 años; del total de mujeres, un 75,9% tienen menos de 65 años.
- a) (0,75 puntos) Elegimos una persona de Aragón al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea una mujer de menos de 65 años?
 b) (1 punto) Elegimos una persona de Aragón al azar, ¿cuál es la probabilidad de que tenga menos de 65 años?
 c) (1 punto) Elegimos una persona de Aragón de entre las que tienen menos de 65 años, ¿cuál es la probabilidad de que sea mujer?
 d) (0,75 puntos) Si se eligen al azar (con reemplazamiento) tres personas de Aragón, ¿cuál es la probabilidad de que al menos una de las tres sea mujer?

OPCIÓN A

Soluciones

EJERCICIO 1

Las filas de la matriz P indican los respectivos precios de tres artículos A_1 , A_2 y A_3 en dos

comercios, C_1 (fila 1) y C_2 (fila 2): $P = \begin{pmatrix} 25 & 20 & 15 \\ 23 & 25 & 17 \end{pmatrix}$.

Cati desea comprar 2 unidades del artículo A_1 , 1 de A_2 y 3 de A_3 .

Manuel desea comprar 5 unidades de A_1 , 1 de A_2 y 1 de A_3 .

Han dispuesto esas compras en la matriz Q : $Q = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 5 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

a) **(1.8 puntos)** Calcule $P \cdot Q^t$ y $Q \cdot P^t$ e indique el significado de los elementos de las matrices resultantes.

b) **(0.7 puntos)** A la vista de lo obtenido en el apartado anterior, ¿dónde les interesa hacer la compra a cada uno?

EJERCICIO 2

a) **(1.2 puntos)** Calcule los valores de a y b para que la función

$$f(x) = \begin{cases} \frac{b}{2-x} & \text{si } x \leq 1 \\ ax^2 - 3x + 1 & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

sea derivable en el punto de abscisa $x = 1$.

b) **(1.3 puntos)** Para $a = 1$ y $b = 2$, estudie su monotonía y determine las ecuaciones de sus asíntotas, si existen.

c) **Calcular el área de la región encerrada por la función f , entre las abscisas $x = 3/2$ y $x = 5/2$**

EJERCICIO 3

Marta tiene dos trajes rojos, un traje azul y uno blanco. Además, tiene un par de zapatos de color rojo, otro de color azul y dos pares blancos. Si decide aleatoriamente qué ponerse, determine las probabilidades de los siguientes sucesos:

a) **(0.8 puntos)** Llevar un traje rojo y unos zapatos blancos.

b) **(0.9 puntos)** No ir toda vestida de blanco.

c) **(0.8 puntos)** Calzar zapatos azules o blancos.

OPCIÓN B**EJERCICIO 4**

El peso de los habitantes de una determinada ciudad sigue una ley Normal de media 65 kg y desviación típica 8 kg.

a) **(0.75 puntos)** ¿Qué distribución sigue la media de los pesos de las muestras de habitantes de tamaño 64 extraídas de esa ciudad?

b) **(1.75 puntos)** Si se extrae una muestra aleatoria de tamaño 100 de esa ciudad, ¿cuál es la probabilidad de que el peso medio de esa muestra esté comprendido entre 64 y 65 kg?

1A- Un comerciante dispone de 350000 € para comprar dos modelos de lámparas. El modelo A tiene un coste de 150 € y produce, por cada unidad que se vende, un beneficio de 15 €. El modelo B tiene un coste de 100 € y produce, por cada unidad que se vende, un beneficio de 11 €. Por experiencia sabe que sólo puede almacenar 3000 lámparas como máximo y que puede vender como máximo 2000 lámparas del modelo A. Determina, utilizando técnicas de programación lineal, cuántas lámparas de cada modelo debe comprar para maximizar el beneficio conseguido en las ventas. Calcula ese beneficio máximo.

3A- Una multinacional farmacéutica elabora un test para la detección precoz de la enfermedad producida por el virus del Ébola. El test da positivo en el 86% de las personas que son portadoras del virus y da negativo en el 92% de las personas que no son portadoras del virus. Además, en una cierta zona geográfica el 2% de la población es portadora del virus. Se elige al azar una persona de esa zona geográfica y se la somete al test. Calcula razonadamente la probabilidad de que sea portadora del virus sabiendo que el test ha dado positivo.

2B- Un alumno asiste a una clase que dura 60 minutos. Se estima que la capacidad de atención de un alumno en cada instante de tiempo t viene dada por la función $f(t) = -2t^2 + 120t + 5$, con $t \in [0, 60]$.

a) Calcula la capacidad de atención cuando lleva una hora de clase. **(1 punto)**

b) Halla el instante de tiempo t (en minutos) en el que la capacidad de atención es máxima. ¿Cuál es la capacidad de atención máxima? **(2 puntos)**

3B- Se sabe que el tiempo de resolución de los exámenes propuestos por un profesor universitario sigue una distribución normal de media 74 minutos.

a) Si en el primer examen de este curso la desviación típica poblacional σ del tiempo de resolución fue 8 minutos, ¿cuál es la probabilidad de haber necesitado para resolver el examen más de los 90 minutos disponibles?

b) En el segundo examen la desviación típica poblacional σ del tiempo de resolución fue de 9 minutos. Si se presentaron 36 alumnos a este segundo examen, determina la probabilidad de que el tiempo medio de resolución de esos alumnos fuera inferior a 77 minutos.

4B- Se consideran dos sucesos independientes A y B . Si la probabilidad de que ocurra A es $\frac{1}{2}$ y la probabilidad de que ocurran ambos a la vez es $\frac{1}{3}$, calcula la probabilidad de que no ocurra A y no ocurra B .