Ficha 1 del coronavirus. Fecha de entrega: miércoles 25 de marzo

Ejercicios:

Un banco tiene tres sistemas de alarma independientes, cada uno de los cuales tiene una probabilidad de 0,9 de funcionar en caso necesario. Si se produce un robo, calcular razonadamente:

a) La probabilidad de que las tres alarmas se activen.
b) La probabilidad de que ninguna alarma se active.
c) La probabilidad de que al menos una alarma se active.

SOLUCIÓN: a) 0,729 b) 0,001 c) 0,999

En una fábrica hay tres máquinas M_1, M_2 y M_3 que producen un mismo tornillo en proporciones iguales. Se sabe que la máquina M_1 produce un 3% de tornillos defectuosos, la M_2 un 5% y la M_3 un 2%. Se pide:

a) La probabilidad de que un tornillo elegido al azar sea defectuoso.
b) La probabilidad de que un tornillo elegido al azar no sea defectuoso
c) Se elige un tornillo al azar y se observa que no es defectuoso, ¿cuál es la probabilidad de que haya sido fabricado por la máquina M_3?.

SOLUCIÓN: a) 0,033 b) 0,967 c) 0,338

Se sabe que la desviación típica del peso de los individuos de una cierta población es de 6 Kg. Calcula el tamaño de la muestra que se ha de considerar para, con un nivel de confianza del 95%, estimar el peso medio de los individuos de la población con un error inferior a 1 Kg. Explica los pasos seguidos para obtener la respuesta.

SOLUCIÓN: 139 individuos.

En una gran empresa, la desviación típica de la edad de sus trabajadores es de 6 años. Se considera una muestra aleatoria de 100 trabajadores que revela una media de edad de 38 años. Determina un intervalo de confianza del 95% para la edad media de los trabajadores de dicha empresa. Explica los pasos seguidos para obtener la respuesta.

SOLUCIÓN: Entre 36,8 y 39,2 años.

Debes hacer los ejercicios en el cuaderno de matemáticas.
Cuando los tengas, envías una foto al profesor en Edmodo

Ejercicios:

a) Dadas las matrices $A=\begin{pmatrix}-2 & 0 & 1\\ 1 & -1 & 5\end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix}3 & 1\\ 0 & 1\\ -1 & 2\end{pmatrix}$ $C=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{pmatrix}$ $D=\begin{pmatrix}1 & 0\\ -3 & 5\end{pmatrix}$

Resolver, indicando los pasos seguidos, la ecuación matricial $AB + CX = 2D$.

SOLUCIÓN.

a) $X = \begin{pmatrix}-22 & 0\\ \frac{31}{2} & 0\end{pmatrix}$

Sea $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una función cuya primera derivada es $f'(x) = 2x - x^2$. Se pide:

a) Determinar los intervalos de crecimiento y decrecimiento, de concavidad y convexidad de la función f(x).

b) Razonar si existen máximos, mínimos y puntos de inflexión. En caso de que existan, calcularlos.

c) Representar la gráfica de una función cuya primera derivada sea $2x - x^2$.

d) La gráfica representada en el apartado anterior ¿es la única que se podía pintar? ¿por qué?.

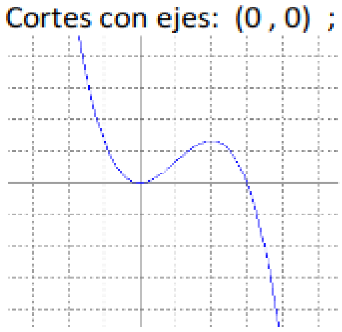
SOLUCIÓN.

a) CRECIENTE: $(0, 2)$; DECRECIENTE: $(-\infty, 0) \cup (2, \infty)$; CÓNCAVA: $(-\infty, 1)$; CONVEXA: $(1, \infty)$

b) MÍNIMO: $x = 0$; MÁXIMO: $x = 2$; PUNTO DE INFLEXIÓN: $x = 1$

c) La más sencilla es: $f(x) = x^2 - 1/3\, x^3$: Mínimo: $(0, 0)$; Máximo: $(2, 4/3)$; Punto de inflexión: $(1, 2/3)$

Cortes con ejes: $(0, 0)$; $(3, 0)$



d) No, se podrían haber considerado infinitas funciones diferenciadas en una constante.

Se tiene dos urnas U_1 y U_2, con bolas blancas y negras. La composición de las urnas es la siguiente: la U_1 contiene tres bolas blancas y siete negras, la U_2 contiene cinco blancas y cinco negras. Se saca una bola de la urna U_1 y se coloca en la U_2, sin mirarla; luego se saca una bola de la urna U_2. Se pide:

a) La probabilidad de que la bola que se saca de U_2 sea blanca.

b) Sabiendo que la bola que se saca de la urna U_2 es blanca, ¿cuál es la probabilidad de que la bola que se pasó de la urna U_1 a la U_2 fuera blanca?

SOLUCIÓN: a) 0,48 b) 0,34

El peso de las naranjas producidas en una determinada región sigue una distribución normal con una desviación típica de 15 gramos. Un almacenista compra 10.000 de estas naranjas y observa que su peso medio es de 190 gramos. Razonar si se puede afirmar, con un nivel de significación del 0,05 que el peso medio de las naranjas producidas en esta región es de 200 gramos. Explicar los pasos seguidos para obtener la respuesta.

SOLUCIÓN: No.

Debes hacer los ejercicios en el cuaderno de clase.
Cuando los tengas, envías una foto al profesor en Edmodo

Ficha 3 del coronavirus. Fecha de entrega: martes 31 de marzo

Ejercicios:

EJERCICIO 1

Se consideran las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$$

a) **(1.5 puntos)** ¿Tiene inversa la matriz $A \cdot B - C$? Justifique la respuesta y, en caso afirmativo, calcule $(A \cdot B - C)^{-1}$.

b) **(1 punto)** Resuelva la ecuación matricial $A \cdot B \cdot X - C \cdot X = C^t$.

EJERCICIO 2

Unos productores de cereales realizan un estudio para conocer la posible demanda de su producto. Concluyen que la función de demanda de dichos cereales tiene la forma $D(x) = -200\,x^3 + 2\,100\,x^2 - 7\,200\,x + 10\,000$, para $0 \leq x \leq 4$, donde x es el precio en euros por kilogramo de producto y $D(x)$ es la cantidad de kilogramos de cereales que los consumidores están dispuestos a comprar a dicho precio x.

a) **(0.5 puntos)** ¿Cuál es la cantidad de cereales demandada si el precio es de 0.50 euros por kilogramo?

b) **(2 puntos)** Calcule para qué precio se alcanza una demanda mínima del producto y determine dicha demanda.

EJERCICIO 3

Una determinada enfermedad puede estar provocada por una sola de las causas, A, B o C. En el 35 % de los casos está provocada por A, en el 40 % por B y en el 25 % por C.
Se sabe que el tratamiento de esta enfermedad requiere hospitalización en el 15 % de los casos si está provocada por A, en el 45 % si está provocada por B y en un 20 % si está provocada por C. Se elige al azar una persona afectada por esa enfermedad.

a) **(1.5 puntos)** ¿Cuál es la probabilidad de que necesite hospitalización?

b) **(1 punto)** Si no necesita hospitalización, ¿cuál es la probabilidad de que la causa de la enfermedad sea C?

EJERCICIO 4

El tiempo de duración, en horas, de un modelo de bombilla LED, sigue una ley Normal de media desconocida y desviación típica 150 horas. Con una muestra de bombillas de ese modelo y a un nivel de confianza del 98.5 % se ha obtenido que el intervalo de confianza para la media es (18 475.7, 18 524.3).

a) **(1.5 puntos)** Calcule el valor que se obtuvo para la media de la muestra y el tamaño de la muestra utilizado.

b) **(1 punto)** ¿Cuál será el error máximo de estimación de la media si se hubiese utilizado una muestra de tamaño 100 y un nivel de confianza del 96.6 %?

Debes hacer los ejercicios en el cuaderno de matemáticas. Cuando los tengas, envías una foto al profesor en Edmodo

Ejercicios:

Soluciones

1. *(3,25 puntos)* Dadas las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 \\ 2 & 1 & -1 \\ -1 & 4 & 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 3 & 1 \\ -5 & 2 & 0 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 2 & 3 & 0 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

a) *(0,5 puntos)* ¿Se puede calcular AB? Si es así, calcularla; si no se puede, razonar por qué.

b) *(0,5 puntos)* ¿Se puede calcular BA? Si es así, calcularla; si no se puede, razonar por qué.

c) *(1,25 puntos)* Calcular, si existe, la matriz inversa de C.

d) *(1 punto)* Encontrar, si existe, una matriz X tal que $2C + 4X = 3D$.

2. *(3,25 puntos)* Los ingresos por ventas (en millones de euros) que obtiene una empresa dependen del gasto que haga en publicidad, de forma que, si gasta x millones de euros, los ingresos por ventas son iguales a:

$$V(x) = \frac{21x + 12}{x + 1}$$

a) *(0,75 puntos)* Encontrar, si existe, el valor o valores de x para los cuales los ingresos por ventas son iguales a 18 millones de euros.

b) *(1 punto)* Calcular:

$$\lim_{x \to +\infty} V(x)$$

¿Cómo se puede interpretar el resultado?

c) *(1,5 puntos)* Si definimos el beneficio por ventas como la diferencia entre los ingresos por ventas y el gasto en publicidad (esto es, $B(x) = V(x) - x$), calcular el máximo beneficio que se puede alcanzar cuando $x \in [0, 5]$.

3. *(3,5 puntos)* En la Facultad de Economía de una universidad se pueden estudiar 3 grados: Grado en Contabilidad, Grado en Economía y Grado en Empresariales. En todos los grados hay un grupo de mañana y un grupo de tarde. La distribución de los estudiantes en cada uno de los grados, según grupo de mañana y de tarde es:

	Grado en Contabilidad	Grado en Economía	Grado en Empresariales
Mañana	395	278	538
Tarde	240	306	486

a) *(0,5 puntos)* Se elige al azar un estudiante de la Facultad. ¿Cuál es la probabilidad de que sea del grupo de tarde del Grado en Contabilidad?

b) *(0,75 puntos)* Se elige al azar un estudiante del grupo de tarde. ¿Cuál es la probabilidad de que sea del Grado en Contabilidad?

c) *(0,75 puntos)* Se elige al azar un estudiante de la Facultad. Sea *A* el suceso "Es del Grado en Contabilidad" y *B* el suceso "Es del grupo de tarde", ¿son independientes los sucesos *A* y *B*?

d) *(0,75 puntos)* Se eligen al azar dos estudiantes distintos de la Facultad. ¿Cuál es la probabilidad de que los dos sean del grupo de tarde?

e) *(0,75 puntos)* Se eligen al azar dos estudiantes distintos de la Facultad. ¿Cuál es la probabilidad de que sean del mismo Grado?

3. *(3,5 puntos)*

a) *(2,75 puntos)* La duración de las bombillas de un fabricante es una variable aleatoria con distribución normal de desviación típica 75 horas.

a1) *(1,75 puntos)* Queremos construir un intervalo de confianza al 98% para la media de la duración de las bombillas del fabricante, de forma que el error no sea mayor de 15 horas. ¿Qué tamaño de la muestra debemos tomar?

a2) *(1 punto)* Decidimos tomar un tamaño de la muestra igual a 150, comprobamos la duración de cada bombilla y calculamos su promedio, que resulta ser 1053 horas. Calcular el intervalo de confianza al 98% para la media de la duración de las bombillas del fabricante.

b) *(0,75 puntos)* Sean *A* y *B* sucesos tales que $P(A) = 0{,}6, P(B/A) = 0{,}9$ y $P(B) = 0{,}8$. Calcular $P(A \cap B)$, $P(A \cup B)$ y $P(A/B)$.