PRUEBA DE ACCESO Y ADMISIÓN A LA UNIVERSIDAD

CURSO 2017–2018

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:

a) **Duración: 1 hora y 30 minutos.**

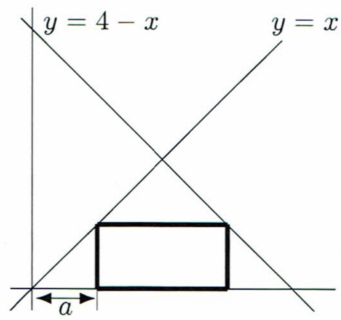
b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.

c) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

d) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

Opción A

Ejercicio 1.-
Se desea construir un rectángulo, como el de la figura, de área máxima. La base está situada sobre el eje OX, un vértice está en la recta $y = x$ y el otro, en la recta $y = 4 - x$. Se pide:



a) **[0,25 puntos]** Halla la altura del rectángulo en función de a (ver la figura).

b) **[1 punto]** Halla la base del rectángulo en función de a.

c) **[1,25 puntos]** Encuentra el valor de a que hace máximo el área del rectángulo.

Ejercicio 2.- Sea $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = e^{2-x}$.

a) **[0,75 puntos]** Calcula la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 2$.

b) **[0,5 puntos]** Esboza el recinto limitado por la gráfica de f, el eje de ordenadas y la recta $x + y = 3$.

c) **[1,25 puntos]** Calcula el área del recinto indicado.

Ejercicio 3.- Considera las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & \lambda \\ 2 & -\lambda & 1 \\ 2\lambda & -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

a) **[1,25 puntos]** Discute el rango de A según los valores del parámetro λ.

b) **[1,25 puntos]** Para $\lambda = -2$, estudia y resuelve el sistema dado por $AX = B$.

Ejercicio 4.- Considera el plano π de ecuación $x + 2y + z = 6$.

a) **[1 punto]** Determina la recta perpendicular a π que pasa por el origen de coordenadas.

b) **[0,5 puntos]** Halla el punto simétrico del origen de coordenadas con respecto a π.

c) **[1 punto]** Calcula el volumen del tetraedro determinado por el origen de coordenadas y los puntos de corte de π con los ejes de coordenadas.

PRUEBA DE ACCESO Y ADMISIÓN A LA UNIVERSIDAD

CURSO 2017–2018

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:
a) **Duración: 1 hora y 30 minutos.**

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.

c) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

d) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

Opción B

Ejercicio 1.- Considera la función $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por

$$f(x) = \begin{cases} -x\,e^{x-1} & \text{si} \quad x \leq 0 \\ x\,e^{x-1} & \text{si} \quad 0 < x \leq 1 \\ x\,e^{1-x} & \text{si} \quad 1 < x \end{cases}$$

a) **[1 punto]** Estudia la derivabilidad de f en $x = 0$ y en $x = 1$.

b) **[1,5 puntos]** Estudia la existencia de asíntotas horizontales de la gráfica de f.

Ejercicio 2.- Considera la función $f : \left(-\frac{e}{2}, +\infty\right) \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \ln(2x+e)$, donde $\ln$ denota logaritmo neperiano.

a) **[0,75 puntos]** Haz un esbozo de la gráfica de f calculando sus puntos de corte con los ejes coordenados.

b) **[1,75 puntos]** Calcula el área del recinto limitado por la gráfica de f y los ejes de coordenadas.

Ejercicio 3.- **[2,5 puntos]** Considera las matrices

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -2 & 2 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad D = (4 \ \ -5 \ \ 6).$$

Determina, si existe, la matriz X que verifica que $A^2X - BA + X = CD$.

Ejercicio 4.- Considera las rectas r y s dadas por

$$r \equiv \ x - 2 = y - 2 = z \quad \text{y} \quad s \equiv \begin{cases} x = 4 + t \\ y = 4 + t \\ z = mt \end{cases}$$

a) **[1 punto]** Determina m para que r y s sean paralelas.

b) **[0,5 puntos]** Halla, si existe, un valor de m para el que ambas rectas sean la misma.

c) **[1 punto]** Para $m = 1$, calcula la ecuación del plano que contiene a r y a s.
