SOLUCIONES
Prueba de Acceso a la Universidad. Universidades de Andalucía
Examen Reserva B. Año 2018

Matemáticas aplicadas a las CCSS II

Paco Muñoz. IES Virgen de la Cabeza – Marmolejo (Jaén)

EJERCICIO 1

(2.5 puntos) Una joyería elabora dos tipos de collares a partir de perlas blancas, grises y negras. Para un collar de tipo A hacen falta 20 perlas blancas, 20 grises y 30 negras, mientras que para un collar del tipo B, 10 perlas blancas, 20 grises y 60 negras. Se dispone de un máximo de 900 perlas blancas y 1400 grises, mientras que es necesario que se utilicen al menos 1800 perlas negras.

Sabiendo que cada collar del tipo A le supone a la joyería un beneficio de 600 euros y cada collar del tipo B, 500 euros, calcule cuál debe ser la producción para obtener el máximo beneficio, así como a cuánto asciende el mismo. ¿Es posible fabricar 40 collares del tipo A y 20 del tipo B?

A.1.a) x: nº collares A ; y: nº collares B

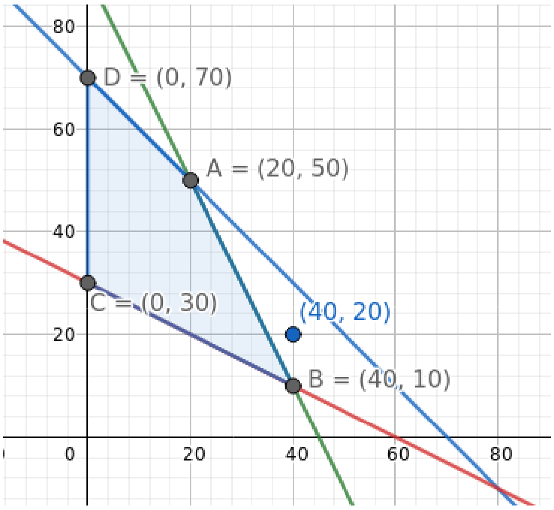
Blancas: $20x+10y\leq 900$

Grises : $20x+20y\leq 1400$

Negras: $30x+60y\geq 1800$

$x\geq 0$; $y\geq 0$

Beneficio: $B(x,y)=600x+500y$



e = F(A)
→ 37000

i = F(B)
→ 29000

j = F(C)
→ 15000

k = F(D)
→ 35000

La solución óptima está en el punto A. Se deben producir 20 collares del tipo A y 50 del tipo B. El beneficio será de 37000 €.

No se pueden fabricar 40 collares A y 20 B porque el punto (40 , 20) no está en la región de validez. Incumple la primera restricción:

$20\cdot 40+10\cdot 20\geq 900$, se usarían más de 900 perlas blancas

EJERCICIO 2

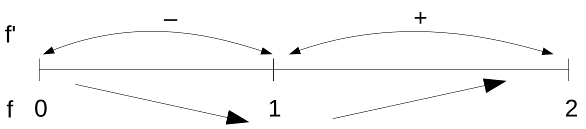
Los costes de producción de una empresa, en miles de euros, dependen de la cantidad de producto fabricada x, medida en toneladas, según la función $f(x)=30-9x+6x^2-x^3$. La capacidad máxima de producción es de 2 toneladas.

a) **(1.25 puntos)** Obtenga los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función de costes de la empresa.

b) **(0.75 puntos)** Determine la cantidad que la empresa debe producir para minimizar los costes. ¿Cuál sería dicho coste mínimo?

c) **(0.5 puntos)** ¿Con qué producción la empresa tiene unos costes de producción máximos?

A.2.a) Dom (f) = [0 , 2] . $f'(x)=-9+12x-3x^2$. $f'=0$, $x=1, x=3$. $x = 3$ no está en el dominio



La función es creciente en el intervalo [0 , 1] y decrecientre en [1 , 2]

A.2.b) El mínimo se alcanza fabricando *1* tonelada. Así los costes son *f(1) = 26* mil €

A.2.c) Los máximos se alcanzan en los extremos del dominio. *f(0) = 30* ; *f(2) = 28*

Con una producción de *0* toneladas los costes son máximos: *30* mil €

EJERCICIO 3

En un polideportivo municipal hay inscritos 520 usuarios de los que 220 son niños, 208 son adultos menores de 60 años y el resto adultos mayores de 60 años. De los inscritos, 1/5 de los niños, el 75% de los adultos menores de 60 años y 23 adultos mayores de 60 años utilizan las duchas normalmente. Se elige un usuario al azar.

a) **(1 punto)** Calcule la probabilidad de que se duche en las instalaciones del polideportivo.

b) **(0.75 puntos)** Calcule la probabilidad de que sea adulto menor de 60 años y utilice las duchas.

c) **(0.75 puntos)** Sabiendo que utiliza las duchas, halle la probabilidad de que sea un niño.

A.3)

	A	B	C	
D	44	156	23	223
D’	176	52	69	297
	220	208	92	520

A: niños ; B: adultos menores de 60 ; C: mayores de 60

D: utilizan las duchas normalmente

a) $p(D)=\frac{223}{520}=0{,}4288$

b) $p(B\cap D)=\frac{156}{520}=0{,}3$

c) $p(A/D)=\frac{44}{223}=0{,}1973$

EJERCICIO 4

El gasto que tienen los jóvenes durante un fin de semana es una variable aleatoria que sigue una distribución Normal de media μ desconocida y desviación típica igual a 6 euros.

a) **(1.5 puntos)** Se toma una muestra aleatoria simple y se obtiene que el intervalo de confianza al 95% para la media μ es $(24.47, 26.43)$. Calcule el valor de la media muestral y el tamaño de la muestra elegida.

b) **(1 punto)** Escogida otra muestra de tamaño 49 para estimar μ, calcule el error máximo cometido para esa estimación con un nivel de confianza del 97%.

A.4.a) $\bar{x}=\frac{24{,}47+26{,}43}{2}=25{,}45\,€$

$p(z\le z_{\alpha/2})=\frac{1+0{,}95}{2}$; $z_{\alpha/2}=1{,}96$; $E=0{,}98$; $n=\left(z_{\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{E}\right)^2=144$

A.4.b) $p(z\le z_{\alpha/2})=\frac{1+0{,}97}{2}$; $z_{\alpha/2}=2{,}17$; $E=z_{\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}=1{,}8601$

EJERCICIO 1

a) **(1.25 puntos)** Resuelva el sistema de ecuaciones matriciales:

$$2A-5B=\begin{pmatrix}7&2\\7&8\end{pmatrix};\qquad 3A-B=\begin{pmatrix}4&3\\4&-1\end{pmatrix}$$

b) **(1.25 puntos)** Dadas las matrices $C=\begin{pmatrix}3&-2\\1&1\end{pmatrix}$ y $D=\begin{pmatrix}0&1\\-1&2\end{pmatrix}$, resuelva la ecuación matricial $X\cdot C-D^2=I_2$

B.1.a) $\left.\begin{matrix}2A-5B=P\\3A-B=Q\end{matrix}\right\}$; $\left.\begin{matrix}2A-5B=P\\-15A+5B=-5Q\end{matrix}\right\}$; $-13A=P-5Q$; $A=\frac{-1}{13}(P-5Q)$

$A := -\frac{1}{13}\cdot(P-5Q)$

$\rightarrow\ \mathbf{A} := \begin{pmatrix}1&1\\1&-1\end{pmatrix}$

$B=3A-Q$; $B := 3A-Q$

$\rightarrow\ \mathbf{B} := \begin{pmatrix}-1&0\\-1&-2\end{pmatrix}$

B.1.b) $X=(I+D^2)\cdot C^{-1}$; $D\cdot D$

$\rightarrow \begin{pmatrix}-1&2\\-2&3\end{pmatrix}$

$I+D\cdot D$

$\rightarrow \begin{pmatrix}0&2\\-2&4\end{pmatrix}$

Inversa(C)

$\rightarrow \begin{pmatrix}\frac{1}{5}&\frac{2}{5}\\-\frac{1}{5}&\frac{3}{5}\end{pmatrix}$

X := (I + D D) Inversa(C)

$\rightarrow\ \mathbf{X} := \begin{pmatrix}-\frac{2}{5}&\frac{6}{5}\\-\frac{6}{5}&\frac{8}{5}\end{pmatrix}$

EJERCICIO 2

Se considera la función $f(x)=\begin{cases} ax+1 & \text{si } x\le -1 \\ \dfrac{x}{x+2} & \text{si } -1<x\le 0 \\ x^2-bx & \text{si } x>0 \end{cases}$

a) **(1.6 puntos)** Calcule a y b para que la función sea continua y derivable en $x=-1$ y $x=0$.

b) **(0.9 puntos)** Para $a=2$ y $b=-\dfrac{1}{2}$ estudie su monotonía.

B.2.a) $f'(x)=\begin{cases} a \;,\; si \;\; x<-1 \\ \dfrac{2}{(x+2)^2} \;,\; si \;\; -1<x<0 \\ 2x-b \;,\; si \;\; x>0 \end{cases}$

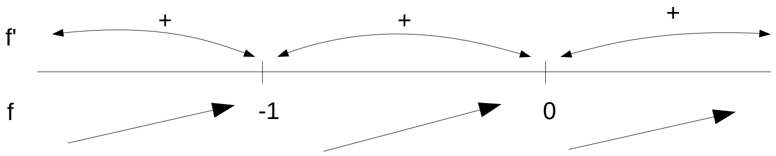
Continuidad en x = –1. $\begin{matrix} f(-1)=\lim\limits_{x\to -1^-} f(x)=-a+1 \\ \lim\limits_{x\to -1^+} f(x)=-1 \end{matrix}$ Debe ser *a = 2*

Derivabilidad en x = –1. $\begin{matrix} f'(-1^-)=a=2 \\ f'(-1^+)=2 \end{matrix}$. Si *a = 2* la función es continua y derivable.

Continuidad en x = 0. $\begin{matrix} f(0)=\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)=0 \\ \lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=0 \end{matrix}$. La función es continua en x = 0

Derivabilidad en x = 0. $\begin{matrix} f'(0^-)=\dfrac{1}{2} \\ f'(0^+)=-b \end{matrix}$. Debe ser $b=\dfrac{-1}{2}$

B.2.b) Se iguala la derivada a 0 , pero no se obtiene ningún resultado.



La función es creciente en ℝ

EJERCICIO 3
Una almazara recibe cajas de aceitunas de dos productoras, A y B, que cultivan dos variedades, picual y arbequina. El 40% proviene de la productora A, de las cuales el 60% es de la variedad picual. De las que provienen de la productora B, el 30% es de la variedad arbequina. Se elige una caja de aceitunas al azar.
a) **(1punto)** ¿Cuál es la probabilidad de que sea de la variedad picual?
b) **(1 punto)** Si se sabe que es de la variedad picual, ¿cuál es la probabilidad de que provenga de la productora A?
c) **(0.5 puntos)** Calcule la probabilidad de que sea de la productora A o de la variedad picual.

B.3)

	Pi	Ar	
A	24	16	40
B	42	18	60
	66	34	100

a) $p(Pi)=0{,}66$

b) $p(A/Pi)=\dfrac{24}{66}=0{,}3636$

c) $p(A\cup Pi)=p(A)+p(Pi)-p(A\cap Pi)=0{,}40+0{,}66-0{,}24=0{,}82$

EJERCICIO 4
La Delegación de Tráfico de una ciudad desea estudiar la influencia del uso del teléfono móvil en los accidentes de tráfico. Elegida una muestra aleatoria simple de 250 accidentes registrados el año pasado, se observó que 90 de ellos se produjeron por distracciones debidas al uso del móvil.
a) **(1.5 puntos)** Determine un intervalo de confianza al 97% para estimar la proporción de accidentes de tráfico debidos al uso del móvil mientras se conduce.
b) **(1 punto)** Usando la estimación anterior, calcule el tamaño mínimo que debe tener una muestra para estimar la proporción de accidentes con un error máximo del 5% y un nivel de confianza del 99%.

B.4.a) $P[Z\le z_{\alpha/2}]=\dfrac{1+p}{2}=\dfrac{1+0{,}97}{2}=0{,}985 \;\rightarrow\; z_{\alpha/2}=2{,}17 \quad ; \quad \overline{p}=\dfrac{90}{250}=0{,}36$

Int. de conf. para la proporción: $\left(\overline{p}-z_{\alpha/2}\cdot\sqrt{\dfrac{\overline{p}(1-\overline{p})}{n}}\,,\overline{p}+z_{\alpha/2}\cdot\sqrt{\dfrac{\overline{p}(1-\overline{p})}{n}}\right)=(0{,}2941\,;\,0{,}4259)$

B.4.b) $P[Z\le z_{\alpha/2}]=\dfrac{1+p}{2}=\dfrac{1+0{,}99}{2}=0{,}995 \;\rightarrow\; z_{\alpha/2}=2{,}576$

$E=z_{\alpha/2}\cdot\sqrt{\dfrac{\overline{p}(1-\overline{p})}{n}} \quad ; \quad n=\left(\dfrac{z_{\alpha/2}}{E}\right)^2\cdot\overline{p}(1-\overline{p})=611{,}47$

La muestra debe ser de al menos 612 accidentes