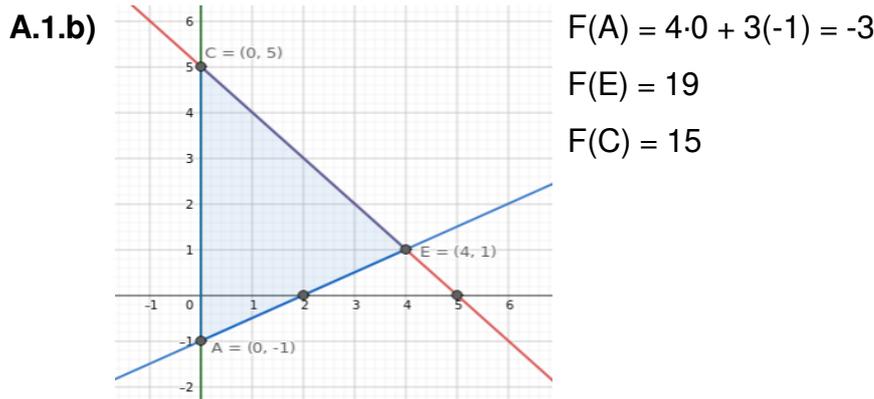


EJERCICIO 1

- a) **(1 punto)** Plantee, sin resolver, las restricciones de este problema e indique la función a optimizar:
“Un ganadero alimenta a sus ovejas con maíz y pienso. Cada kilogramo de maíz aporta 600 g de hidratos de carbono y 200 g de proteínas, mientras que cada kilogramo de pienso aporta 300 g de hidratos de carbono y 600 g de proteínas. Cada oveja necesita diariamente como mínimo 1800 g de hidratos de carbono y 2400 g de proteínas. Si 1 kg de maíz cuesta 0.50 euros y 1 kg de pienso cuesta 0.25 euros, calcule cuántos kilogramos de cada producto tendría que comprar el ganadero para alimentar cada día a una oveja con un gasto mínimo.”
- b) **(1.5 puntos)** Represente el recinto limitado por las siguientes restricciones, calculando sus vértices
 $x \geq 0$ $x \leq 2y + 2$ $x + y \leq 5$
Calcule el máximo de $F(x, y) = 4x + 3y$ en ese recinto, así como el punto donde se alcanza.

- A.1.a)** x : kg de maíz , y : kg de pienso
hidratos: $600x + 300y \geq 1800$
proteínas: $200x + 600y \geq 2400$
 $x \geq 0$; $y \geq 0$
Gasto: $G(x, y) = 0,50x + 0,25y$



El máximo se alcanza en el punto E ($x = 4$, $y = 1$) y vale 19

EJERCICIO 2

La función de costes de una empresa se puede determinar mediante la expresión

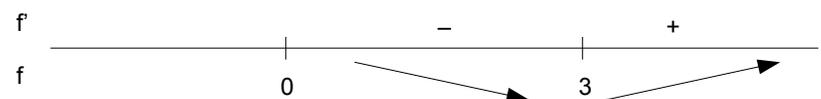
$$f(x) = 40 - 6x + x^2, \text{ para } x \geq 0$$

donde x representa la cantidad producida de un determinado artículo.

- a) **(1 punto)** ¿Disminuye el coste alguna vez? Determine la cantidad producida de dicho artículo cuando el coste es mínimo y cuál es dicho coste.
- b) **(0.8 puntos)** ¿Cuál sería el coste si no se produjese nada de ese artículo? Si el coste fuese 80, ¿cuántas serían las unidades producidas?
- c) **(0.7 puntos)** Represente gráficamente la función.

A.2.a) Estudiamos la monotonía de la función

$$f'(x) = -6 + 2x ; f' = 0 \rightarrow x = 3$$



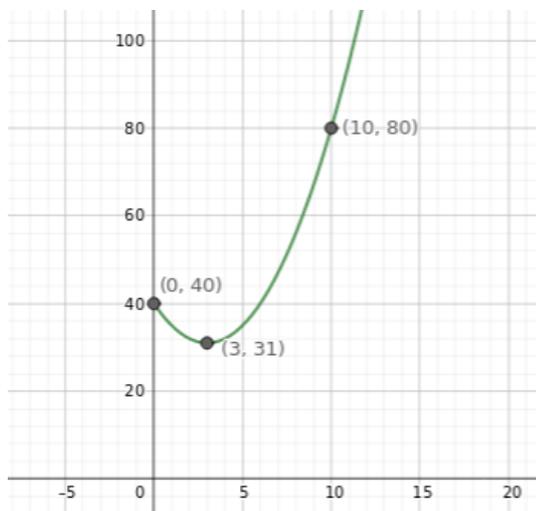
El coste disminuye si se producen entre 0 y 3 artículos

El coste es mínimo cuando se producen 3 artículos. Dicho coste es de $f(3) = 31$

A.2.b) $f(0) = 40$

$$f(x) = 80 ; 40 - 6x + x^2 = 80 \rightarrow x = 10$$

A.2.c)



EJERCICIO 3

En una determinada población residen 5000 personas en el centro y 10000 en la periferia. Se sabe que el 95% de los residentes en el centro y que el 20% de los que viven en la periferia opina que el Ayuntamiento debería restringir el acceso de vehículos privados al centro urbano. Se elige al azar un residente de la población.

- a) **(1.25 puntos)** ¿Cuál es la probabilidad de que esté a favor de restringir el acceso de vehículos privados al centro de la ciudad?
 b) **(0.5 puntos)** ¿Cuál es la probabilidad de que resida en el centro y esté a favor de la restricción de acceso?
 c) **(0.75 puntos)** Si la persona elegida opina que se debería restringir el acceso, ¿cuál es la probabilidad de que resida en el centro de la ciudad?

	C	P	
R	4750	2000	6750
R'	250	8000	8250
	5000	10000	15000

95 % de 5000 = 4750 ; 20% de 10000 = 2000

A.3.a) $p(R) = \frac{6750}{15000} = 0,45$

A.3.b) $p(C \cap R) = \frac{4750}{15000} = 0,32$

A.3.c) $p(C/R) = \frac{4750}{6750} = 0,70$

EJERCICIO 4

Se dispone de cuatro tornillos de 1, 2, 3 y 4 gramos de peso respectivamente.

- a) **(1.25 puntos)** Mediante muestreo aleatorio simple, exprese todas las muestras posibles de tamaño 2.
 b) **(1.25 puntos)** Determine la media y la varianza de los pesos medios muestrales.

A.4.a) Consideramos las muestras con reemplazamiento:

(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4),
 (3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4)

A.4.b) Calculamos la media y varianza de la población y aplicamos el Teorema Central del Límite:

Teorema central del límite:

Tenemos una distribución (no tiene porqué ser normal) con una media μ y una desviación típica σ .

En la población se hacen muestras de tamaño n y se estudian las medias de las muestras.

- La distribución de estas medias tiene como media μ , y como desviación típica σ/\sqrt{n} .

$X: (\mu, \sigma) \rightarrow \bar{X}: (\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$

Población:

$\bar{X} = \frac{1+2+3+4}{4} = 2,5$;

$Var = \frac{1^2+2^2+3^2+4^2}{4} - 2,5^2 = 1,25$;

$s = \sqrt{Var} = 1,118$

Muestras de tamaño 2:

La media se mantiene: $\bar{X} = 2,5$

La desviación típica se divide por \sqrt{n} : $s = \frac{1,118}{\sqrt{2}} = 0,79$. $Var = 0,79^2 = 0,625$

EJERCICIO 1

Se consideran las matrices $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.

- a) **(1.2 puntos)** ¿Se verifica la igualdad $(A+B)^2 = A^2 + B^2 + 2A \cdot B$?
 b) **(1.3 puntos)** Resuelva la ecuación matricial $X \cdot A = 2B^t + I_2$

B.1.a) Los productos notables no se cumplen con las matrices. Pero hay que comprobar en este caso porque podría cumplirse de casualidad:

$(A+B)^2$	A^2	B^2	$A \cdot B$	$A^2 + B^2 + 2A \cdot B$
$\rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$	$\rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$	$\rightarrow \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\rightarrow \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$	$\rightarrow \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$

No se verifica

B.1.b) $X = (2B^t + I_2) \cdot A^{-1}$

2 · Traspone (B)	2 · Traspone (B) + I	Inversa (A)	$X := 2 \cdot (\text{Traspone (B) + I}) \cdot \text{Inversa (A)}$
$\rightarrow \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$	$\rightarrow \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$	$\rightarrow \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$	$\rightarrow \mathbf{X} := \begin{pmatrix} -6 & 0 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$

EJERCICIO 2

Sea la función $f(x) = \begin{cases} x^3 + ax^2 & \text{si } x < 1 \\ bx + \frac{2}{x} & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$

- a) **(1.5 puntos)** Calcule los valores de a y b para que la función sea continua y derivable en $x = 1$.
 b) **(1 punto)** Para $b = 3$, determine la ecuación de la recta tangente a la gráfica de esa función en el punto de abscisa $x = 2$.

B.2.a) Continuidad: $f(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = b+2$. Para que sea continua: $b+2=1+a$
 $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 1+a$

Derivabilidad: $f'(x) = \begin{cases} 3x^2 + 2ax & , \text{ si } x < 1 \\ b - \frac{2}{x^2} & , \text{ si } x > 1 \end{cases}$; $f'(1^-) = 3+2a$.
 $f'(1^+) = b-2$

Para que sea derivable: $3+2a=b-2$

Se plantea un sistema y se resuelve: $\begin{cases} b+2=1+a \\ 3+2a=b-2 \end{cases}$; $\begin{cases} a=-6 \\ b=-7 \end{cases}$

B.2.b) $t: y = f'(x_0)(x-x_0) + f(x_0)$

$$f'(2) = b - \frac{2}{2^2} = \frac{5}{2} \quad ; \quad f(2) = b \cdot 2 + \frac{2}{2} = 7 \quad ; \quad t: y = \frac{5}{2}(x-2) + 7 \quad ; \quad t: y = \frac{5}{2}x + 2$$

EJERCICIO 3

Un campus universitario dispone de 3000 plazas numeradas de aparcamiento para vehículos, distribuidas en tres zonas A, B y C. La zona A está constituida por las plazas del 1 al 1500, estando 1350 de ellas protegidas del sol. La zona B la conforman las plazas numeradas desde 1501 a 2500, estando el 80% protegidas del sol. La zona C contiene las plazas numeradas desde 2501 hasta 3000, estando solamente 250 protegidas del sol. Aleatoriamente se elige una de las plazas de aparcamiento del campus.

- a) **(0.75 puntos)** ¿Cuál es la probabilidad de que esté en la zona A o en la B?
b) **(0.75 puntos)** ¿Cuál es la probabilidad de que no esté protegida del sol?
c) **(1 punto)** Si se ha elegido una plaza protegida del sol, ¿cuál es la probabilidad de que esté ubicada en la zona B?

	A	B	C	
P	1350	800	250	2400
P'	150	200	250	600
	1500	1000	500	3000

B.3.a) $p(A \cup B) = \frac{2500}{3000} = 0,83$

B.3.b) $p(P') = \frac{600}{3000} = 0,20$

B.3.c) $p(B/P) = \frac{800}{2400} = 0,33$

EJERCICIO 4

En un estudio sobre la utilización de nuevas tecnologías entre los estudiantes de Bachillerato, se ha realizado una encuesta a 500 estudiantes elegidos mediante muestreo aleatorio simple, resultando que 380 de ellos son usuarios de una determinada red social.

- a) **(1.5 puntos)** Calcule un intervalo de confianza al 97% para la proporción de estudiantes que son usuarios de esa red social.
b) **(1 punto)** Suponiendo que se mantiene la proporción muestral, determine el número mínimo de estudiantes a los que sería preciso entrevistar para que, con un nivel de confianza del 96%, el error cometido al estimar la proporción de usuarios de la citada red social no supere el 2%.

B.4.a)

$$P[Z \leq z_{\alpha/2}] = \frac{1+p}{2} = \frac{1+0,97}{2} = 0,985 \rightarrow z_{\alpha/2} = 2,17 \quad ; \quad \bar{p} = \frac{380}{500} = 0,76$$

$$\text{Intervalo de confianza para la proporción: } (\bar{p} - z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}, \bar{p} + z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}) = (0,72; 0,80)$$

B.4.b) $P[Z \leq z_{\alpha/2}] = \frac{1+p}{2} = \frac{1+0,96}{2} = 0,98 \rightarrow z_{\alpha/2} = 2,054$

$$E = z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}} \quad ; \quad n = \left(\frac{z_{\alpha/2}}{E}\right)^2 \cdot \bar{p}(1-\bar{p}) = 1923,36$$

La muestra debe ser de al menos 1924 estudiantes