1. Dadas la matrices $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\0 & -1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}0 & 3\\3 & 0\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}1 & 0 & 3\\1 & -2 & -2\end{pmatrix}$.

a. Calcula $A-2B$

b. Calcula $B-3I$

c. Calcula $B+A\cdot C$

d. Calcula $(B+A)C$

e. Calcula $C^t\cdot C$

f. ¿Son conmutables A y B?

g. ¿Qué dimensiones debe tener una matriz *D* para que pueda hacerse *C* + *D*?

h. ¿Qué dimensiones debe tener una matriz *E* para que pueda hacerse *C* · *E*?

i. Calcula A^{1321}

j. Calcula B^{10}

k. Halla *x* , *y* para que se cumpla $A\cdot\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5\\3\end{pmatrix}$

l. Halla *x* , *y* para que se cumpla $C^t\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5\\2\\8\end{pmatrix}$

m. Resuelve la ecuación $A+X=C\cdot C^t$

n. Resuelve la ecuación $A\,X=C$

o. Resuelve la ecuación $A\,B\,X=C$

p. Resuelve la ecuación $X+A\,X=B$

2. Dada la matriz $A=\begin{pmatrix}2 & 3\\1 & 1\end{pmatrix}$

a. Calcula *m* y *n* para que se cumpla $A\cdot\begin{pmatrix}m & 3\\1 & n\end{pmatrix}=A^{-1}$

b. Resuelve la ecuación $A^2-X=I$

c. Resuelve la ecuación $XA=A^2-3A$

3. Dadas la matrices $A=\begin{pmatrix}a & 1\\0 & a\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & 1 & 1\\1 & 1 & 1\\1 & 1 & 1\end{pmatrix}$

a. Calcula A^{2019} y B^{2019}

b. Halla *a* para que se cumpla $A+I=A^2$

4. Dadas la matrices $M=\begin{pmatrix}2 & 1 & -1\\0 & 1 & 2\\-2 & 0 & 2\end{pmatrix}$, $N=\begin{pmatrix}1 & 1 & 1\\1 & 1 & 1\\1 & 1 & 1\end{pmatrix}$, $P=\begin{pmatrix}0 & 1 & 1\\1 & 0 & 1\\1 & 1 & 0\end{pmatrix}$

a. Resuelve la ecuación $MX-N=2P$

b. Resuelve el sistema $\left.\begin{array}{r}2X+Y=M\\X-2Y=NP\end{array}\right\}$

5. Dadas las matrices $A=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

a. Calcula la inversa de $(A \cdot A^t)$

b. ¿Admite inversa la matriz $(A^t \cdot A)$?

c. Calcula, cuando sea posible,

$$A \cdot B \quad , \quad B \cdot A \quad , \quad A^t \cdot B \quad , \quad B \cdot A^t$$

6. Consideremos la matriz $A=\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & m^2+m \end{pmatrix}$. Se pide:

a. ¿Para qué valores del parámetro *m* existe la matriz inversa de *A*?

b. Para *m = 0* , calcula la matriz inversa de *A*

c. Para *m = 0* , resuelve la ecuación $X \cdot A = 2C$, siendo $C=\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}$

7. Se consideran las matrices $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

a. ¿Es invertible la matriz $B+2I_2$? Justifica la respuesta y, en caso afirmativo, calcula $(B+2I_2)^{-1}$

b. Resuelve la ecuación matricial $A^2+X \cdot B+2X=3B^t$

8. Dada la matriz $A=\begin{pmatrix} -1 & -2 & 1 \\ 2 & 4 & m \\ m & 2 & -1 \end{pmatrix}$

a. Calcula su determinante y el valor o valores del parámetro *m* para los que existe la inversa de la matriz *A*

b. Para *m = –1* , calcula A^{-1}

c. Resuelve la ecuación $A \cdot X = A + I_3$

9. Se considera la ecuación $A \cdot X = A^t \cdot B$, donde $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$

a. ¿Qué dimensiones debe tener la matriz *X*?

b. Resuelve la ecuación

10. Se consideran las siguientes matrices

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \quad B=\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad C=\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} \quad D=\begin{pmatrix} 6 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$$

a. Indica razonadamente cuáles tienen inversa, calculando dicha inversa cuando sea posible

$$A \quad , \quad B \quad , \quad C \cdot C^t$$

11. Dada la matriz $A=\begin{pmatrix}1 & -1 & 1\\ m & n & 1\\ 1 & 1 & 2\end{pmatrix}$

a. Obtener los valores de m y n para que *A* coincida con su traspuesta y no tenga inversa

b. Para *m = 0* y *n = 3* , obtener A^{-1}

c. Para *m = 0* y *n = 3* , resolver la ecuación $X\cdot A+2I_3=A^2$

12. Calcula x, y, z, t para que se cumpla: $\begin{pmatrix}2 & -1\\ 0 & 1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}x & y\\ z & t\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5 & 1\\ 0 & 2\end{pmatrix}$

13. Encuentra dos matrices, A y B, de dimensión 2×2 que cumplan:

$$2A+B=\begin{pmatrix}1 & 4\\ 2 & 0\end{pmatrix} \qquad A-B=\begin{pmatrix}-1 & 2\\ 1 & 0\end{pmatrix}$$

14. Dada la matriz $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ comprueba que $(A-I)^2=0$.

15. Efectúa el producto $(-3\ \ 2)\begin{pmatrix}1 & -1\\ 5 & 2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0\\ 1\end{pmatrix}$

16. ¿Son iguales las matrices $A=\begin{pmatrix}2\\ 3\end{pmatrix}$ y $B=(2\ \ 3)$?

17. Calcula la matriz *B* en cada caso:

a) $\begin{pmatrix}3 & -1 & 5\\ 1 & 0 & 3\end{pmatrix}+B=\begin{pmatrix}4 & 0 & 6\\ 0 & 2 & 2\end{pmatrix}$

b) $2\begin{pmatrix}-1 & 4\\ -3 & -2\end{pmatrix}-3B=\begin{pmatrix}-5 & 4\\ 0 & -1\end{pmatrix}$

18. Determina los valores de m para los cuales $X=\begin{pmatrix}m & 0\\ 0 & 2\end{pmatrix}$ verifique $X^2-\frac{5}{2}X+I=0$.

19. Resuelve: $\begin{pmatrix}1 & -1\\ 3 & 2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\ y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & x\\ y & -1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}3\\ 2\end{pmatrix}$

20. Dada la matriz $A=\begin{pmatrix}4 & 5 & -1\\ -3 & -4 & 1\\ -3 & -4 & 0\end{pmatrix}$, calcula $A^2, A^3, \ldots, A^{128}$.

21. Determina a y b de forma que la matriz $A=\begin{pmatrix}2 & -1\\ a & b\end{pmatrix}$ verifique $A^2=A$.

22. Calcula A^n y B^n siendo: $A=\begin{pmatrix}1 & 1/7 & 1/7\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$ $\quad B=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 3\end{pmatrix}$

23. a) Comprueba que la inversa de A es A^{-1}:

$$A=\begin{pmatrix}5 & 0 & 2\\ 0 & 0 & 1\\ 3 & 1 & 0\end{pmatrix} \qquad A^{-1}=\begin{pmatrix}1/5 & -2/5 & 0\\ -3/5 & 6/5 & 1\\ 0 & 1 & 0\end{pmatrix}$$

b) Calcula la matriz X que verifica $XA=B$, siendo A la matriz anterior y $B=(1\ \ -2\ \ 3)$.

24. **Determina las matrices A y B que son solución del siguiente sistema matricial:**

$$3A - 2B = \begin{pmatrix} 0 & 5 & -4 \\ 5 & 9 & 0 \\ 15 & -4 & 4 \end{pmatrix} \quad 2A + B = \begin{pmatrix} 7 & 1 & 2 \\ -6 & 6 & 7 \\ 10 & -5 & -2 \end{pmatrix}$$

25. **Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ halla dos números reales m y n tales que $A + mA + nI = 0$.**

26. **Determina, si es posible, un valor de k para que la matriz $(A - kI)^2$ sea la matriz nula, siendo:**

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & -2 \\ -1 & 0 & -2 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

27. **Una compañía de muebles fabrica butacas, mecedoras y sillas, y cada una de ellas de tres modelos: E (económico), M (medio) y L (lujo). Cada mes produce 20 modelos E, 15 M y 10 L de butacas; 12 modelos E, 8 M y 5 L de mecedoras, y 18 modelos E, 20 M y 12 L de sillas. Representa esta información en una matriz y calcula la producción de un año.**

28. **En un edificio hay tres tipos de viviendas: L3, L4 y L5. Las viviendas L3 tienen 4 ventanas pequeñas y 3 grandes; las L4 tienen 5 ventanas pequeñas y 4 grandes, y las L5, 6 pequeñas y 5 grandes. Cada ventana pequeña tiene 2 cristales y 4 bisagras, y las grandes, 4 cristales y 6 bisagras.**

a) Escribe una matriz que describa el número y tamaño de ventanas de cada vivienda y otra que exprese el número de cristales y bisagras de cada tipo de ventana.

b) Calcula la matriz que expresa el número de cristales y de bisagras de cada tipo de vivienda.

29. **Un industrial fabrica dos tipos de bombillas: transparentes (T) y opacas (O). De cada tipo se hacen cuatro modelos: M_1, M_2, M_3 y M_4.**

$$\begin{array}{c} \\ M_1 \\ M_2 \\ M_3 \\ M_4 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cc} T & O \end{array} \\ \begin{pmatrix} 300 & 200 \\ 400 & 250 \\ 250 & 180 \\ 500 & 300 \end{pmatrix} \end{array}$$

Esta tabla muestra la producción semanal de bombillas de cada tipo y modelo.

El porcentaje de bombillas defectuosas es el 2% en el modelo M_1, el 5% en el M_2, el 8% en el M_3 y el 10% en el M_4.

Calcula la matriz que expresa el número de bombillas transparentes y opacas, buenas y defectuosas, que se producen.

30. Un proveedor que suministra materia prima a 3 fábricas, F, G y H, transporta una parte de sus envíos a cada fábrica por carretera y la otra parte por tren, según se indica en la matriz T, cuyos elementos son las toneladas de materia prima que recibe cada fábrica por cada vía de transporte.

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{ccc} F & G & H \end{array} \\ T = & \begin{pmatrix} 300 & 200 & 150 \\ 400 & 250 & 200 \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{c} \\ carretera \\ tren \end{array}$$

Los precios del transporte de cada tonelada de materia prima son 200 euros por carretera y 180 euros por tren, como indica la matriz $C = (200, 180)$.

Explique qué operación debe efectuarse con estas matrices para determinar una nueva matriz cuyos elementos sean los costes de llevar este material a la fábrica.

31. Las velocidades medias de tres coches *A, B ,C* en km/h, vienen dadas por la matriz

$$V = \begin{pmatrix} 50 \\ 80 \\ 120 \end{pmatrix}$$

El número de horas que cada coche viaja viene dado por la matriz $H = (3 \quad 4 \quad 6)$. Calcular los productos *HV* y *VH*, interpretando los valores de los términos de las matrices resultantes.

PEBAU

1. **Se considera la matriz** $A=\begin{pmatrix} 1 & x & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ x & x & 0 \end{pmatrix}$.

a) Calcule los valores de x para los que no existe la inversa de A.
b) Para $x = 3$, calcule, si es posible, A^{-1}.

2. Siendo $A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, razone si posee solución la ecuación matricial $A \cdot X = B$ y, en caso afirmativo, resuélvala.

3. **Sea la matriz** $A=\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & m-6 & 3 \\ m+1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$

a) Calcule los valores de m para que dicha matriz tenga inversa.
b) Haciendo $m = 4$, resuelva la ecuación matricial $X \cdot A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

4. **Sea la matriz** $A=\begin{pmatrix} 3 & m \\ 1-m & m+1 \end{pmatrix}$

a) Calcule los valores de m para que dicha matriz tenga inversa.
b) Haciendo $m = 0$, resuelva la ecuación matricial $A \cdot X \cdot A = I_2$, donde I_2 es la matriz unidad de orden 2 y X es una matriz cuadrada de orden 2.

5.

Sean las matrices $A=\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$

a) Calcule la matriz P que verifica $B\cdot P - A = C^t$.
b) Determine la dimensión de la matriz M para que pueda efectuarse el producto $A\cdot M\cdot C$
c) Determine la dimensión de la matriz N para que $C^t\cdot N$ sea una matriz cuadrada.

6.

De una matriz A se sabe que su segunda fila es $\begin{pmatrix} -1 & 2 \end{pmatrix}$ y que su segunda columna es $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$. Halle los restantes elementos de A sabiendo que $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}\cdot A=\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.

7.
Sean las matrices $A=\begin{pmatrix} -2 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$

a) Calcule la matriz $C=B\cdot A - A^t\cdot B^t$.

b) Halle la matriz X que verifique: $A\cdot B\cdot X=\begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$

8. _ Sean las matrices:

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix};\ B=\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix};\ C=\begin{pmatrix} -2 \\ -5 \\ 2 \end{pmatrix};\ D=\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix};\ E=\begin{pmatrix} -2 \\ -5 \\ 5 \end{pmatrix}$$

Calcule los valores de los números reales x, y, z, para que se verifique la siguiente igualdad entre matrices: $E - x\cdot A\cdot B = y\cdot C + z\cdot D$

9. _

Dadas las matrices $F=\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \end{pmatrix}$ y $C=\begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ -2 \end{pmatrix}$, calcule los productos $C\cdot F$ y $F\cdot C$.

b) Dadas las matrices $A=\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$; $B=\begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ y $C=\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$, calcule la matriz X que verifique la ecuación $X\cdot A^{-1} - B = C$

10. a) Sean A, B y C matrices con 2, 3 y 2 filas, respectivamente. Sabiendo que el producto de matrices $A\cdot B\cdot C$ es posible y que el resultado es una matriz con 4 columnas, halle las dimensiones de dichas matrices.

b) Halle la matriz X que verifica $I_2 - 2X = A\cdot(A - B^t)$, siendo $A=\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$.