

# EJERCICIOS INFERENCIA ESTADÍSTICA – MATEMÁTICAS CCSS II

IES VIRGEN DE LA CABEZA – MARMOLEJO (JAEN) – Paco Muñoz

1. En una distribución normal de media  $\mu = 9,5$  y varianza  $\sigma^2 = 1,44$ , halla el intervalo característico para el 99%.
2. Tres enunciados, mismo ejercicio:
  - a. En una distribución  $N(10, 4)$ , obtén un intervalo centrado en la media,  $(\mu - k, \mu + k)$ , tal que  $P[\mu - k < x < \mu + k] = 0,90$ .
  - b. En una distribución normal con media  $\mu = 10$  y desviación típica  $\sigma = 4$ , obtén un intervalo centrado en la media,  $(\mu - k, \mu + k)$ , de forma que el 90% de los individuos estén en ese intervalo.
  - c. En una distribución normal de media  $\mu = 10$  y  $\sigma = 4$ , halla el intervalo característico para el 90% de la población.
3. De una variable aleatoria  $X$  de distribución desconocida, media  $\mu = 23$  y desviación típica  $\sigma = 3,5$  se extraen muestras de tamaño  $n$ . ¿Qué se puede decir de la distribución de las medias muestrales,  $\bar{X}$ :
  - a. En el caso de que sea  $n = 25$  ?
  - b. En el caso de que sea  $n = 49$ ? En este caso, calcula la probabilidad de que el valor medio de una muestra de 49 individuos esté entre 22 y 23,5
4. Una variable aleatoria  $X$  se distribuye normal  $N(120, 30)$ . ¿Qué se puede afirmar de la distribución de las medias  $\bar{X}$  de las muestras de tamaño  $n$ :
  - a. si  $n = 36$  ?
  - b. si  $n = 16$  ?
  - c. si  $n = 36$ , calcula  $P[X > 100]$  y  $P[\bar{X} > 100]$
  - d. si  $n = 16$ , calcula  $P[80 < X < 160]$  y  $P[80 < \bar{X} < 160]$
5. Una variable aleatoria se distribuye  $N(\mu, \sigma)$ . Si se extraen muestras de tamaño  $n$ :
  - a. ¿Qué distribución tiene la variable aleatoria media muestral,  $\bar{X}$  ?
  - b. Si se toman muestras de tamaño  $n = 4$  de una variable aleatoria  $X$  con distribución  $N(165, 12)$ , calcula  $P[\bar{X} > 173,7]$ .
6. Sea la población  $\{1, 2, 3, 4\}$ .
  - a. Construye todas las muestras posibles de tamaño 2, mediante muestreo aleatorio simple.
  - b. Calcula la varianza de las medias muestrales.
7. En la población formada por los números 2, 4, 6 y 8, describe las posibles muestras de tamaño 2 seleccionadas por muestreo aleatorio simple, y calcula la varianza de las medias muestrales.

## EJERCICIOS INFERENCIA ESTADÍSTICA – MATEMÁTICAS CCSS II

IES VIRGEN DE LA CABEZA – MARMOLEJO (JAEN) – Paco Muñoz

8. Se sabe que el cociente intelectual de los alumnos de una universidad se distribuye según una ley normal de media 100 y varianza 729.
- Halla la probabilidad de que una muestra de 81 alumnos tenga un cociente intelectual medio inferior a 109.
  - Halla la probabilidad de que una muestra de 36 alumnos tenga un cociente intelectual medio superior a 109.
9. Las notas en un cierto examen se distribuyen normal con media  $\mu = 5,3$  y desviación típica  $\sigma = 2,4$ .
- Halla la probabilidad de que un estudiante tomado al azar tenga una nota comprendida entre 5 y 7.
  - Tomamos al azar 16 estudiantes. Halla la probabilidad de que la media de sus notas esté comprendida entre 5 y 7.
  - Halla  $k$  para que el intervalo  $(5,3 - k ; 5,3 + k)$  contenga al 95% de las notas.
  - Halla  $b$  para que el intervalo  $(5,3 - b ; 5,3 + b)$  contenga al 95% de las notas medias de las muestras de 16 individuos.
10. La estatura de los jóvenes de una ciudad sigue una distribución  $N(\mu, \sigma)$ . Si el 90% de las medias de las muestras de 81 jóvenes están en  $(173,4; 175,8)$ , halla  $\mu$  y  $\sigma$ .
11. Para estimar la estatura media de los jóvenes entre 15 y 25 años de una localidad, se ha medido a 40 de estos jóvenes, obteniéndose los siguientes resultados:

ESTATURA (cm)	[148, 153)	[153, 158)	[158, 163)	[163, 168)	[168, 173)	[173, 178)
N.º DE JÓVENES	2	4	11	14	5	4

- Estima, con un nivel de confianza del 99%, el valor de la estatura media de los jóvenes entre 15 y 25 años de dicha localidad.
  - ¿Qué error se está cometiendo en esta estimación?
  - ¿Qué tamaño debería tener la muestra si quisiéramos un error máximo de estimación de 1,5 cm?
12. Las medidas de los diámetros de una muestra al azar de 200 cojinetes de bolas dieron una media de 2 cm y una desviación típica de 0,1 cm.
- Halla el intervalo de confianza al 68,26% y 99,73% para el diámetro medio de todos los cojinetes.
  - ¿Cuál es el error cometido en las estimaciones anteriores?
  - Con esos niveles de confianza, ¿cuántos cojinetes debemos muestrear si queremos que error no sobrepase los 0,05 cm ?
  - Si se han tomado 100 cojinetes en la muestra y se ha obtenido un intervalo de confianza de amplitud 0,06 cm, ¿con qué nivel de confianza se ha hecho la estimación?
13. El peso, en kg, de los jóvenes entre 16 y 20 años de una cierta ciudad es una variable aleatoria,  $X$ , que sigue una distribución normal con  $\sigma^2 = 25$ .

## EJERCICIOS INFERENCIA ESTADÍSTICA – MATEMÁTICAS CCSS II

IES VIRGEN DE LA CABEZA – MARMOLEJO (JAEN) – Paco Muñoz

- a. Si consideramos muestras de 25 jóvenes, ¿cuál es la distribución que tiene la variable aleatoria media muestral?
- b. Si se desea que la media de la muestra no difiera en más de 1 kg de la media de la población, con probabilidad 0,95 , ¿cuántos jóvenes se deberían tomar en la muestra?
14. Si el consumo, en litros, de leche por persona al mes sigue una distribución normal con  $\sigma = 6$  litros:
- a. ¿Qué tamaño muestral se necesita para estimar el consumo medio con un error menor que un litro y un nivel de confianza del 96%?
- b. Si la media del consumo mensual de leche por persona fuese igual a 21 litros, halla la probabilidad de que la media de una muestra de 16 personas sea mayor que 22 litros.
- c. Si la media del consumo mensual de leche por persona fuese igual a 21 litros, halla la probabilidad de que el consumo de una persona sea mayor que 22 litros.
15. El número de horas semanales que los jóvenes, con edades entre 14 y 18 años, dedican a ver la televisión es una variable  $N(\mu, 2)$  . Encuestados 256 de estos jóvenes, su media resultó igual a 6.
- a. Da un intervalo de confianza al 99% para  $\mu$ .
- b. Si  $\alpha = 0,05$ , ¿a cuántos jóvenes se necesita encuestar para que el error máximo de la estimación de  $\mu$  sea de 0,5 horas?
- c. Con otro nivel de aceptación  $\alpha$  , si la encuesta se hubiese hecho a 400 jóvenes, el error de estimación habría sido de 0,3 horas. Calcula  $\alpha$  .
16. En un periódico se lee la siguiente información: “*Se ha tomado una muestra aleatoria de 36 unidades de consumo mensual de teléfono móvil y el intervalo de confianza al 95% para el consumo medio ha sido [18, 22]*”.
- a. ¿Cuál fue el consumo medio muestral en teléfono móvil?
- b. ¿Cuál fue la desviación típica?
- c. ¿Cuál sería el intervalo de confianza al 90% para el consumo medio?
17. El índice de resistencia a la rotura, expresado en kg, de un determinado tipo de cuerda sigue una distribución Normal con desviación típica 15,6 kg. Con una muestra de 5 de estas cuerdas, seleccionadas al azar, se obtuvieron los siguientes índices:
- 280 , 240 , 270 , 285 , 270
- a. Obten un intervalo de confianza para la media del índice de resistencia a la rotura de este tipo de cuerdas, utilizando un nivel de confianza del 95%.
- b. Si, con el mismo nivel de confianza, se desea obtener un error máximo en la estimación de la media de 5 kg, ¿será suficiente con elegir una muestra de 30 cuerdas?
18. Los precios de un producto se distribuyen normal de varianza 25 y media desconocida. Estos son los precios en 16 comercios elegidos al azar:
- 95, 108, 97, 112, 99, 106, 105, 100, 99, 98, 104, 110, 107, 111, 103, 110

## EJERCICIOS INFERENCIA ESTADÍSTICA – MATEMÁTICAS CCSS II

IES VIRGEN DE LA CABEZA – MARMOLEJO (JAEN) – Paco Muñoz

- a. ¿Cuál es la distribución de las medias de las muestras de tamaño 16?
- b. Determina el intervalo de confianza, al 95%, para la media poblacional.
- c. ¿Cuál es la probabilidad de que otra muestra de 16 productos tenga un peso medio comprendido entre 100 y 110?
19. La cantidad de hemoglobina en sangre del hombre sigue una ley normal con desviación típica de 2 gr/dl. Calcula el nivel de confianza de una muestra de 12 extracciones de sangre que indique que la media poblacional de hemoglobina en sangre está entre 13 y 15 gramos por decilitro.
20. En una población normal con varianza conocida se ha tomado una muestra de tamaño 49 y se ha calculado su media :  $\bar{x} = 4,2$  . Determina la varianza de la población sabiendo que el intervalo de confianza, al 95%, para la media poblacional es (3,64 ; 4,76).
21. Se sospecha que el número de unidades que contiene cada dosis de un medicamento no llega a las 10000 que se indican en el envase. Para comprobar que el contenido medio de las dosis es el indicado tomamos, al azar, 100 dosis y determinamos el número de unidades de cada una, obteniendo de media 9940 unidades y de desviación típica 120 unidades. ¿Qué podemos decir sobre la indicación del envase, para un nivel de confianza del 99% ?
22. Sabiendo que la varianza de una ley normal es  $\sigma^2 = 16$ , determina el nivel de confianza con el que puede decirse que su media  $\mu$  está comprendida entre 6,2 y 8,8 , si se toma una muestra aleatoria de tamaño 36 de esa ley normal, cuya media muestral es 7,5 .
23. El peso neto de las bolsas de almendras de una determinada marca es una variable aleatoria Normal con media  $\mu$  , desconocida, y varianza  $\sigma^2 = 50'4 \text{ g}^2$ . Se sabe que 35 bolsas, elegidas al azar, han dado un peso total de 8652 g.
- a. Calcula un intervalo, con un nivel de confianza del 90%, para  $\mu$ .
- b. ¿A partir de qué nivel de confianza, el correspondiente intervalo para  $\mu$  contiene el valor 250 g ?
24. Dada la población de elementos {3 , 4 , 5 , 8}, se pretende seleccionar una muestra de tamaño 2, mediante muestreo aleatorio con reemplazamiento.
- a. Escribe todas las muestras posibles.
- b. Calcula la varianza de la población.
- c. Calcula la varianza de las medias muestrales.
25. El perímetro craneal de una población de varones adultos sigue una ley normal con desviación típica 4 cm.
- a. Obtener un intervalo de confianza, al 95% para el perímetro craneal medio, sabiendo que una muestra aleatoria de 100 individuos de esa población tiene una media de 57 cm.
- b. Con el mismo nivel de confianza, si se aumenta el tamaño de la muestra, razone si aumenta, disminuye o no varía la amplitud del intervalo.

## EJERCICIOS INFERENCIA ESTADÍSTICA – MATEMÁTICAS CCSS II

IES VIRGEN DE LA CABEZA – MARMOLEJO (JAEN) – Paco Muñoz

- 26.** La resistencia a la rotura, de un tipo de hilos de pesca, es una variable aleatoria Normal, con media 4 kg y desviación típica 1.4 kg. Se toman muestras aleatorias de 25 hilos de este tipo y se obtiene la resistencia media a la rotura.
- ¿Cómo se distribuye la resistencia media a la rotura?
  - ¿Cuál es la probabilidad de que la resistencia media a la rotura NO pertenezca al intervalo de extremos 3.90 kg y 4.15 kg ?
- 27.** Cuatro de cada diez habitantes de una determinada población lee habitualmente el periódico Z.  
Halla el intervalo característico (para el 95%) de la proporción que leen el periódico Z, en muestras de tamaño 49.
- 28.** En un saco mezclamos judías blancas y judías pintas en la relación de 14 blancas por cada pinta. Extraemos un puñado de 100 judías.
- ¿Cuál es la probabilidad de que la proporción de judías pintas esté entre 0,05 y 0,1?
  - Halla un intervalo para el 99% de las proporciones de las muestras de tamaño 100.
- 29.** Se realizó una encuesta a 350 familias preguntando si poseían ordenador en casa, encontrándose que 75 de ellas lo poseían.
- Estima la proporción real de las familias que disponen de ordenador con un nivel de confianza del 95%.
  - ¿Qué error se comete en esta estimación?
  - ¿Cuál debería haber sido el tamaño de la muestra para que el error en la estimación fuese menor del 3%?
- 30.** Un estudio realizado por una compañía de seguros de automóviles establece que una de cada cinco personas accidentadas es mujer. Si se contabilizan, por término medio, 169 accidentes cada fin de semana:
- ¿Cuál es la probabilidad de que, en un fin de semana, la proporción de mujeres accidentadas supere el 24%?
  - ¿Cuál es la probabilidad de que, en un fin de semana, la proporción de hombres accidentados supere el 85%?