EJERCICIO 1

Sean las matrices $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 0 & -1\end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix}3 & -1\\ 0 & 2\end{pmatrix}$.

a) **(1 punto)** Calcule la matriz A^{2017}.

b) **(1.5 puntos)** ¿Se verifica la expresión $(B+A)\cdot(B-A)=B^2-A^2$?

A.1.a) Hacemos los cálculos y vemos que $A^2=I$.

Por tanto, $A^3=A$, $A^4=I$, ... O sea, $A^{2017}=A$

A.1.b) Esa expresión, en general, no es cierta. Hacemos los cálculos a ver qué pasa:

$\text{matriz2} = (B+A)\ (B-A) \rightarrow \begin{pmatrix}8 & -9\\ 0 & 3\end{pmatrix}$ $\qquad$ $\text{matriz3} = B^2 - A^2 \rightarrow \begin{pmatrix}8 & -5\\ 0 & 3\end{pmatrix}$

Vemos que no se verifica.

geogebra

EJERCICIO 2

Sea $f(t)$ el porcentaje de ocupación de un determinado complejo hotelero en función del tiempo t, medido en meses, transcurrido desde su inauguración:

$$f(t)=\begin{cases} -\dfrac{5}{2}t^2+20t & si \quad 0\le t\le 6\\ \dfrac{90t-240}{t+4} & si \quad t>6\end{cases}$$

a) **(0.5 puntos)** ¿Evoluciona la función f de forma continua?

b) **(0.5 puntos)** ¿Cuál sería el porcentaje de ocupación al finalizar el segundo año?

c) **(1 punto)** ¿En qué momentos el porcentaje de ocupación sería del 40 %?

d) **(0.5 puntos)** ¿Llegaría en algún momento a estar completo en caso de que estuviese abierto indefinidamente?

A.2.a) Solo hay que estudiar la continuidad para *t* = *6*, puesto que el primer trozo es una polinómica, y en el segundo trozo, *t* = *–4* no está en su dominio.

$$\left.\begin{array}{l} f(6)=\lim\limits_{t\to 6^-} f(t)=30\\ \lim\limits_{t\to 6^+} f(t)=30\end{array}\right.$$

. La función *f* evoluciona de forma continua.

A.2.b) $f(24)=\dfrac{480}{7}=68{,}57\,\%$

A.2.c) Igualamos a 40 los dos trozos de la función:

$$\frac{-5}{2}t^2+20t=40 \ ; \ -5t^2+40t-80=0 \ ; \ t=4$$

$$\frac{90t-240}{t+4}=40 \ ; \ 90t-240=40t+160 \ ; \ t=8$$

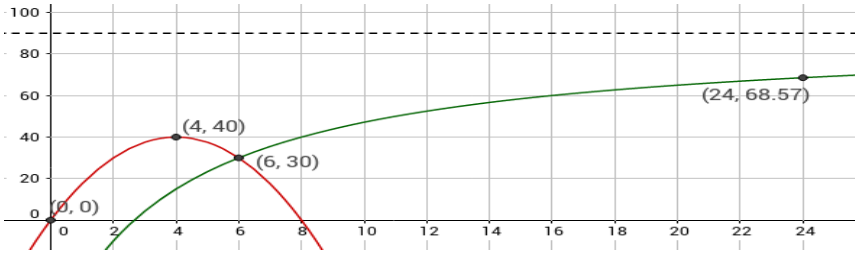
Se alcanza el 40% a los 4 meses y a los 8.

A.2.d) Haremos la gráfica:

Vértice de la parábola: $t=\frac{-20}{\frac{-10}{2}}=4 \ . \ f(4)=40 \ . \ f(0)=0 \ . \ f(6)=30$ geogebra

Asíntota de la hipérbola:
$\lim_{t\to+\infty} f(t)=90$.

La ocupación nunca sobrepasa el 90%



EJERCICIO 3

Se sabe que el 90 % de los alumnos de un centro docente está interesado por las redes sociales, el 60 % está interesado por sus notas y el 55 % por ambas cuestiones. Se elige al azar un alumno de ese centro.

a) **(1 punto)** ¿Cuál es la probabilidad de que dicho alumno esté interesado por alguna de las dos cuestiones?

b) **(1 punto)** Calcule la probabilidad de que esté interesado por sus notas, sabiendo que no está interesado por las redes sociales.

c) **(0.5 puntos)** Calcule la probabilidad de que no esté interesado por ninguna de estas dos cuestiones.

	R	R’	
N	55	5	60
N’	35	5	40
	90	10	100

A.3.a) $p(R\cup N)=1-p(R'\cap N')=95\%=0,95$

A.3.b) $p(N/R')=\frac{5}{10}=0,5$

A.3.c) $p(R'\cap N')=5\%=0,05$

EJERCICIO 4

La altura de los estudiantes de 2º de bachillerato de un centro sigue una ley Normal de media 165 cm y desviación típica 10 cm.

a) **(1 punto)** ¿Qué distribución sigue la altura media de las muestras de tamaño 25?

b) **(1.5 puntos)** Se elige al azar una muestra de 25 estudiantes y se les mide la altura. ¿Cuál es la probabilidad de que la altura media de esa muestra supere 160 cm?

A.4.a) $X \to N(165{,}10) \quad ; \quad \bar{X} \to N(165, \frac{10}{\sqrt{25}}) = N(165, 2)$

A.4.b) $p(\bar{X} > 160) = p(Z > \frac{160-165}{2}) = p(Z > -2{,}5) = p(Z < 2{,}5) = 0{,}9938$

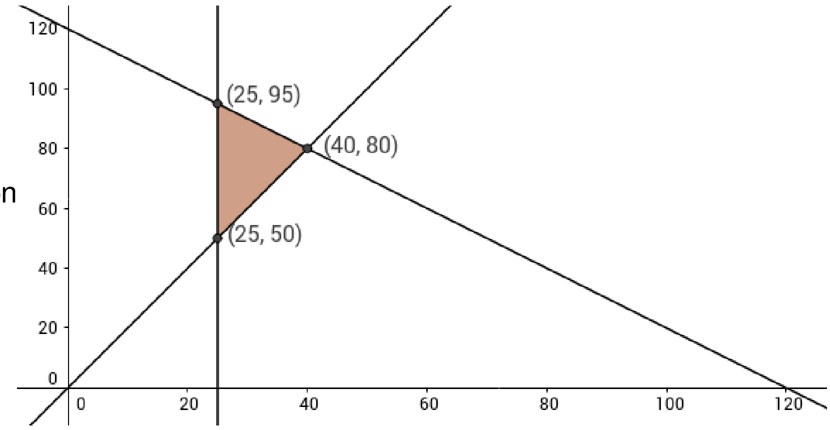
EJERCICIO 1

(2.5 puntos) Un distribuidor de software informático tiene en su cartera de clientes tanto a empresas como a particulares. Ha de conseguir al menos 25 empresas como clientes y el número de clientes particulares deberá ser como mínimo el doble que el de empresas. Por razones de eficiencia del servicio postventa, tiene estipulado un límite global de 120 clientes anuales. Cada empresa le produce 386 € de beneficio, mientras que cada particular le produce 229 €. ¿Qué combinación de empresas y particulares le proporcionará el máximo beneficio? ¿A cuánto ascenderá ese beneficio?

B.1)

empresas, x: $x \geq 25$
particulares, y: $y \geq 2x$
total, x+y: $x + y \leq 120$
$x \geq 0 \quad ; \quad y \geq 0$
Beneficio: $B(x, y) = 386x + 229y$

Dibujamos la región factible de las soluciones del problema y calculamos los vértices:



Sustituimos los vértices en la función de beneficios:

B(25 , 95) = 31405

B(40 , 80) = 33760

B(25 , 50) = 21100

Lo mejor es tomar 40 empresas y 80 clientes particulares. Con ello se consigue un beneficio de 33760 €, que es el máximo posible.

geogebra

EJERCICIO 2

a) **(1.5 puntos)** Calcule la derivada de las siguientes funciones

$$f(x)=\frac{e^{5x}-x}{x^2-x} \qquad g(x)=\left(2x^2-x\right)^3\cdot ln\left(x^3+2\right)$$

b) **(1 punto)** Determine la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función $h(x)=\dfrac{1}{x}$ en el punto de abscisa $x=1$.

B.2.a) $$f'(x)=\frac{(5e^{5x}-1)(x^2-x)-(e^{5x}-x)(2x-1)}{(x^2-x)^2}=\frac{e^{5x}(5x^2-7x+1)+x^2}{(x^2-x)^2}$$

$$g'(x)=3(2x^2-x)^2(4x-1)\cdot\ln(x^3+2)+(2x^2-x)^3\cdot\frac{3x^2}{x^3+2}=$$

$$=(2x^2-x)^2\left((12x-3)\ln(x^3+2)+\frac{3x^2(2x^2-x)}{x^3+2}\right)$$

B.2.b) $$h'(x)=\frac{-1}{x^2}$$

$t:\quad y=h'(x_0)(x-x_0)+h(x_0)$

$h'(1)=-1 \quad ; \quad h(1)=1$

$t:\quad y=-1(x-1)+1 \quad ; \quad y=-x+2$

EJERCICIO 3

En una ciudad hay dos fábricas de pasta, F1 y F2, que producen dos tipos de productos, A y B, que venden a un distribuidor en paquetes de 1 kg. En un mes, la fábrica F1 produce 20000 kg de pasta, de los que 12000 son del tipo A y la fábrica F2 produce 25000 kg de pasta de los que 15000 kg son del tipo A. Se escoge al azar un paquete del distribuidor.

a) **(1.5 puntos)** ¿Cuál es la probabilidad de que sea del tipo B?

b) **(1 punto)** Si el paquete elegido resulta ser del tipo A, ¿qué es más probable, que proceda de la fábrica F1 o que proceda de la F2?

	F1	F2	
A	12000	15000	27000
B	8000	10000	18000
	20000	25000	45000

a) $p(B)=\dfrac{18000}{45000}=0{,}4$

b) $p(F1/A)=\dfrac{12000}{27000}=\dfrac{4}{9} \quad ; \quad p(F2/A)=\dfrac{15000}{27000}=\dfrac{5}{9}$

Es más probable que sea de la fábrica F2

EJERCICIO 4

La puntuación obtenida por los participantes en una prueba es una variable aleatoria que sigue una distribución Normal con una desviación típica de 6 puntos. Se toma una muestra aleatoria de 64 participantes en esa prueba, resultando una puntuación media de 35 puntos.

a) **(1.25 puntos)** Calcule un intervalo de confianza, al 95 %, para la calificación media del total de participantes en la citada prueba.

b) **(1.25 puntos)** Halle el tamaño mínimo de la muestra necesaria para estimar la puntuación media del total de participantes, con un error inferior a 0.5 puntos y un nivel de confianza del 99 %.

B.4.a) $p(z \le z_{\alpha/2}) = \frac{1+0{,}95}{2}$; $z_{\alpha/2} = 1{,}96$; $\bar{x} = 35$, $\sigma = 6$, $n = 64$

Intervalo de confianza para la media: $\left(\bar{x} - z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \ , \ \bar{x} + z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = (33{,}53 \ ; \ 36{,}47)$

B.4.b) $p(z \le z_{\alpha/2}) = \frac{1+0{,}99}{2}$; $z_{\alpha/2} = 2{,}576$; $E = 0{,}5$

$E = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$; $n = \left(z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{E}\right)^2 = 955{,}55$; La muestra debe ser de al menos 956 participantes