

**Instrucciones:** a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.

- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
- d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

**Opción A**

**Ejercicio 1.-** [2'5 puntos] Sabiendo que  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{e^x - 1} - \frac{m}{2x} \right)$  es finito, calcula  $m$  y el valor del límite.

**Ejercicio 2.-** [2'5 puntos] Sea  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la función definida por  $f(x) = x^4$ . Encuentra la recta horizontal que corta a la gráfica de  $f$  formando con ella un recinto con área  $\frac{8}{5}$ .

**Ejercicio 3.-** Considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales,

$$\left. \begin{array}{l} 2x - 4y + 2z = 1 \\ 5x - 11y + 9z = \lambda \\ x - 3y + 5z = 2 \end{array} \right\}$$

- a) [1'75 puntos] Discute el sistema según los valores de  $\lambda$ .
- b) [0'75 puntos] Resuélvelo, si es posible, para  $\lambda = 4$ .

**Ejercicio 4.-** Considera el punto  $A(1, -1, 1)$  y la recta  $r$  dada por  $\begin{cases} x = 1 + 2\lambda \\ y = 1 - \lambda \\ z = 1 \end{cases}$

- a) [1'5 puntos] Calcula las coordenadas del punto simétrico de  $A$  respecto a  $r$ .
- b) [1 punto] Determina la ecuación del plano que contiene a  $r$  y pasa por  $A$ .

**Instrucciones:** a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.

- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
- d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

**Opción B**

**Ejercicio 1.-** Sea  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la función definida por  $f(x) = x^2 e^{-x^2}$ .

- a) [0'75 puntos] Estudia y determina las asíntotas de la gráfica de  $f$ .
- b) [1'25 puntos] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de  $f$  y calcula sus extremos relativos (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).
- c) [0'5 puntos] Esboza la gráfica de  $f$ .

**Ejercicio 2.-** [2'5 puntos] Calcula  $\int \frac{x}{1 + \sqrt{x}} dx$  (sugerencia:  $t = \sqrt{x}$ ).

**Ejercicio 3.-** Considera  $A = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$  y  $C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ .

- a) [1 punto] Calcula el rango de  $AB^T + \lambda I$  según los valores de  $\lambda$  ( $B^T$  es la matriz traspuesta de  $B$ ,  $I$  es la matriz identidad de orden 3).
- b) [1'5 puntos] Calcula la matriz  $X$  que verifica  $CX - X = 2I$ .

**Ejercicio 4.-** [2'5 puntos] Calcula la distancia entre las rectas dadas por las siguientes ecuaciones

$$x = y = z \quad y \quad \begin{cases} x = 1 + \mu \\ y = 3 + \mu \\ z = -\mu \end{cases}$$