**A.1.a)** $A^2 \cdot X + C = 2B$ ; $X = (A^2)^{-1} \cdot (2B - C)$ . Hacemos los cálculos de todas las matrices

$D = 2\,B - C$ $\quad$ $E = A^2$ $\quad$ $F = \text{Inversa}\,[E]$

$$\rightarrow \quad D = \begin{pmatrix} 5 & -3 & 6 \\ 6 & -3 & 4 \end{pmatrix} \qquad \rightarrow \quad E = \begin{pmatrix} -1 & -4 \\ 2 & 7 \end{pmatrix} \qquad \rightarrow \quad F = \begin{pmatrix} 7 & 4 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$$

$G = F\,D$

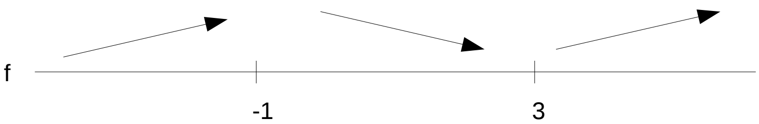
$$\rightarrow \quad G = \begin{pmatrix} 59 & -33 & 58 \\ -16 & 9 & -16 \end{pmatrix}$$

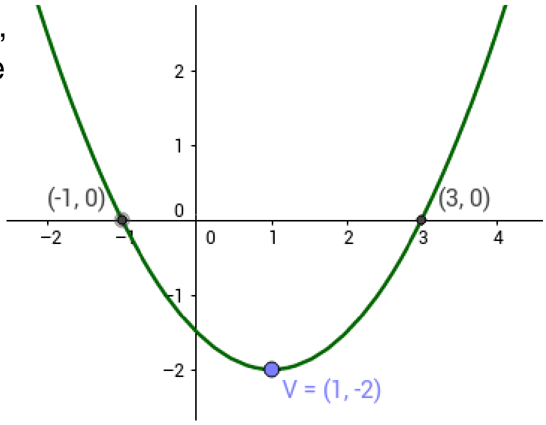
geogebra

**A.1.b)** $(B+C)_{2\times 3} \cdot P_{a\times b}$ . Para que las multiplicaciones sean posibles y obtener una matriz cuadrada P debe ser *3x2*. Se obtiene una *2x2*.

$B_{2\times 3} \cdot Q_{c\times d} \cdot C^t_{3\times 2}$ . Para que las multiplicaciones sean posibles Q debe ser *3x3*. Se obtiene una matriz cuadrada *2x2*.

**A.2.a)** Dibujamos la parábola. Como es la derivada de *f* , donde sea positiva, la función será creciente, y donde sea negativa la función será decreciente




La función es creciente en *(–∞ , -1)* y en (*3* , *+∞)*.

Es decreciente en *(–1 , 3)*

Tiene un máximo relativo en *x = -1* y un mínimo relativo en *x = 3*.

**A.2.b)** Con los datos del apartado anterior y los de este tenemos todo lo necesario para el ejercicio: $r: \quad y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$

$f'(1) = -2 \quad ; \quad f(1) = 2$

$r: \quad y = -2(x-1) + 2 \quad ; \quad y = -2x + 4$

**A.3.a)** $P(A)=0.3,\quad P(B)=0.6,\quad P(A^C\cap B^C)=0.28$

$$P(\bar{A}\cap\bar{B})=P(\overline{A\cup B})=1-0{,}28=0{,}72$$

$$P(A\cap B)=P(A)+P(B)-P(A\cup B)=0{,}3+0{,}6-0{,}72=0{,}18$$

**A.3.b)** $P(A/\bar{B})=\dfrac{P(A\cap\bar{B})}{P(\bar{B})}=\dfrac{P(A)-P(A\cap B)}{P(\bar{B})}=0{,}3$

**A.3.c)** $\begin{matrix}P(A\cap B)=0{,}18\\ P(A)\cdot P(B)=0{,}18\end{matrix}$ . Sí son independientes

**A.4.a)** $P[Z\le z_{\alpha/2}]=\dfrac{1+p}{2}=\dfrac{1+0{,}95}{2}=0{,}975\ \rightarrow\ z_{\alpha/2}=1{,}96\quad ;\quad \overline{p}=\dfrac{19}{2000}=0{,}0095$

Int. de confianza para la proporción: $\left(\overline{p}-z_{\alpha/2}\cdot\sqrt{\dfrac{\overline{p}(1-\overline{p})}{n}}\ ,\ \overline{p}+z_{\alpha/2}\cdot\sqrt{\dfrac{\overline{p}(1-\overline{p})}{n}}\right)=(0{,}0052\,;\ 0{,}0138)$

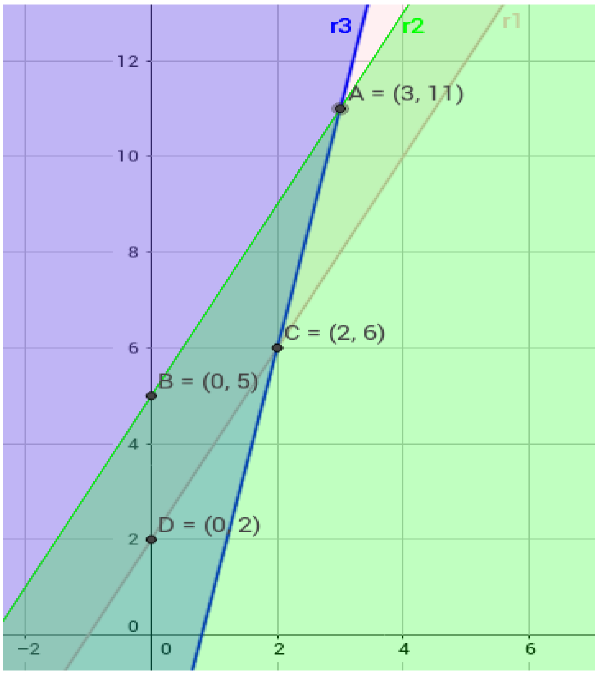
Con este nivel de confianza podemos asegurar que la proporción real de artículos defectuosos está entre un *0,52%* y un *1,38%*

**A.4.b)** $P[Z\le z_{\alpha/2}]=\dfrac{1+p}{2}=\dfrac{1+0{,}99}{2}=0{,}995\ \rightarrow\ z_{\alpha/2}=2{,}575$

$E=z_{\alpha/2}\cdot\sqrt{\dfrac{\overline{p}(1-\overline{p})}{n}}\quad ;\quad n=\left(\dfrac{z_{\alpha/2}}{E}\right)^2\cdot\overline{p}(1-\overline{p})=623{,}93\,;$

La muestra debe ser de al menos 624 artículos

**B.1)**




F(x,y) = 6x – 3y

F(0,2) = –6

F(0,5) = –15

F(3,11) = –15

F(2,6) = – 6

Se alcanza el máximo en todos los puntos comprendidos entre C y D.

Se alcanza el mínimo en todos los puntos comprendidos entre A y B.

*geogebra*

**B.2.a)** $f(x)=\begin{cases} x^2-4x+a & si \quad x<2 \\ \dfrac{1}{x-1} & si \quad x\geq 2 \end{cases}$ Solo nos piden estudiar $x=2$:

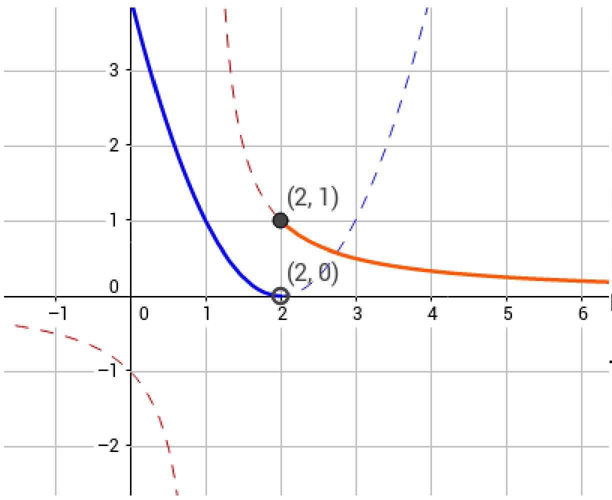
$$f(2)=\lim_{x\to 2^+} f(x)=-4+a$$
$$\lim_{x\to 2^-} f(x)=1$$

Por tanto para que haya continuidad, debe ser a = 5.

Estudiamos la derivada: $f'(x)=\begin{cases} 2x-4 & , \quad si \quad x<2 \\ \dfrac{-1}{(x-1)^2} & , \quad si \quad x>2 \end{cases}$ $\quad \begin{matrix} f'(2^-)=0 \\ f'(2^+)=-1 \end{matrix}$ .

No es derivable en $x=2$, para ningún valor de $a$.

**B.2.b)** Lo mejor es hacer la gráfica, teniendo en cuenta que tenemos una parábola y una hipérbola: En la parábola buscamos el vértice, y en la hipérbola las asíntotas:




La función es decreciente en ℝ.

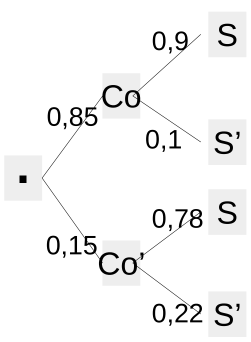
El punto *(2,1)* es un máximo relativo.

No tiene mínimos.

La parábola no tiene asíntotas.

La hipérbola tendría una vertical en $x = 1$, pero no está en su dominio. Tiene una horizontal en $y = 0$. $\lim_{x\to+\infty} f(x)=0$ [geogebra]

**B.3)**




**a)** $p(S)=0,85\cdot 0,9+0,78\cdot 0,15=0,88$

**b)** $p(Co/S)=\dfrac{p(Co\cap S)}{p(S)}=\dfrac{0,85\cdot 0,9}{0,88}=0,87$

$$p(64<\bar{X}<65)=p\left(\frac{64-65}{0,8}<Z<\frac{65-65}{0,8}\right)=p(-1,25<Z<0)=$$
$$=p(Z<0)-p(Z<-1,25)=p(Z<0)-(1-p(Z<1,25))0,5-(1-0,8944)=0,39$$

**B.4.a)** $\frac{n}{N}=\frac{n_1}{N_1}=\frac{n_2}{N_2}=\frac{n_3}{N_3}=\frac{n_4}{N_4}$ **;** $\frac{n}{N}=\frac{375}{7500}=\frac{n_2}{8400}=\frac{n_3}{5700}=\frac{n_4}{3000}$

El tamaño total de la población es *N = N₁ + N₂ + N₃ + N₄ = 24.600 personas* geogebra

$n_2=8400\cdot\frac{375}{7500}=420$ ; $n_3=5700\cdot\frac{375}{7500}=285$ ; $n_4=3000\cdot\frac{375}{7500}=150$

El tamaño total de la muestra es n $= n_1 + n_2 + n_3 + n_4 = 1.230$ *personas*

**B.4.b)** Población: {2 , 4 , 6}. Tamaño de las muestras: *n = 2*.

Vamos a suponer que las muestras se hacen con reemplazamiento y de forma ordenada, para poder usar el Teorema Central del Límite:

Muestras de tamaño 2: { {2 , 2} , {2 , 4} , {2 , 6} , {4 , 2} , {4 ,4} , {4 , 6} , {6 , 2} , {6 , 4} , {6 , 6} }

Hacemos la media de la población: $\mu_X=\frac{2+4+6}{3}=4$

y la varianza: $Var_X=\frac{2^2+4^2+6^2}{3}-4^2=2{,}67$

Según el Teorema Central del Límite:

La media de la media de las muestras es la misma que la de la población: $\mu_{\bar{X}}=4$

y la desviación típica es $\sigma_{\bar{X}}=\frac{\sigma_X}{\sqrt{n}}=\frac{\sqrt{2{,}67}}{\sqrt{2}}=1{,}15$ ,

por lo que la varianza es $Var_{\bar{X}}=1{,}15^2=1{,}32$