EJERCICIO 1

Sean las matrices $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 0 & -3\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & -1\\ 0 & 2\\ 1 & -1\end{pmatrix}$ y $C=\begin{pmatrix}1 & 4 & 0\\ 2 & -3 & 1\end{pmatrix}$.

a) **(1.7 puntos)** Resuelva la ecuación matricial $C\cdot B\cdot X-2A\cdot X=A^t$.
b) **(0.8 puntos)** Analice cuáles de las siguientes operaciones, sin efectuarlas, se pueden realizar y justifique las respuestas: $B\cdot C+2A$, $A\cdot C+C$, $B^t\cdot C$, $C\cdot B-A$.

A.1.a) Para resolver la ecuación primero hay que sacar factor común X:

$$(C\cdot B-2A)X=A^t \quad ; \quad X=(CB-2A)^{-1}\cdot A^t$$

D = C B   E = D − 2 A   F = Inversa [E]   G = Traspone [A]

$\rightarrow$ D $=\begin{pmatrix}1 & 7\\ 3 & -9\end{pmatrix}$ $\rightarrow$ E $=\begin{pmatrix}-1 & 3\\ 3 & -3\end{pmatrix}$ $\rightarrow$ F $=\begin{pmatrix}\frac{1}{2} & \frac{1}{2}\\ \frac{1}{2} & \frac{1}{6}\end{pmatrix}$ $\rightarrow$ G $=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 2 & -3\end{pmatrix}$

X = F G

geogebra

$\rightarrow$ X $=\begin{pmatrix}\frac{3}{2} & -\frac{3}{2}\\ \frac{5}{6} & -\frac{1}{2}\end{pmatrix}$

A.1.b) $B_{3\times2}\cdot C_{2\times3}+2A_{2\times2}=M_{3\times3}+2A_{2\times2}$. La multiplicación sí es posible, pero la suma no.

$A_{2\times2}\cdot C_{2\times3}+C_{2\times3}=N_{2\times3}+C_{2\times3}=N'_{2\times3}$. Aquí sí es posible la multiplicación y la suma.

$B^t_{2\times3}\cdot C_{2\times3}$. No es posible la multiplicación.

$C_{2\times3}\cdot B_{3\times2}=P_{2\times2}-A_{2\times2}=P'_{2\times2}$. Aquí sí es posible la multiplicación y la resta.

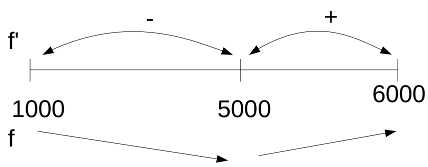
EJERCICIO 2

(2.5 puntos) Una fábrica produce entre 1000 y 6000 bombillas al día. El coste diario de producción, en euros, de x bombillas viene dado por la función

$$C(x)=9000+0.08\,x+\frac{2000000}{x}, \qquad \text{con } 1000\le x\le 6000.$$

¿Cuántas bombillas deberían producirse diariamente para minimizar costes? ¿Cuál sería dicho coste?

A.2) $C'=0{,}08-\dfrac{2000000}{x^2}$; $C'=0 \rightarrow x=\sqrt{\dfrac{2000000}{0{,}08}}=5000$



Habría que fabricar 5000 bombillas. En ese caso el coste sería *C(5000) = 9800 €*

EJERCICIO 3
El 60% de los jóvenes de una ciudad usa Facebook, el 80% usa WhatsApp y el 4% usa Facebook pero no WhatsApp.
a) **(0.5 puntos)** Halle el porcentaje de jóvenes de esa ciudad que usa ambas aplicaciones.
b) **(0.75 puntos)** Calcule el porcentaje de esos jóvenes que usa WhatsApp pero no Facebook.
c) **(0.75 puntos)** Entre los jóvenes que usan WhatsApp, ¿qué porcentaje usa también Facebook?
d) **(0.5 puntos)** Los sucesos "usar Facebook" y "usar WhatsApp", ¿son independientes?

	F	F'	
W	56	24	80
W'	4	16	20
	60	40	100

A.3.a) $p(F \cap W)=0,56$

geogebra

A.3.b) $p(W \cap F')=0,24$

A.3.c) $p(F/W)=\frac{56}{80}=0,7$

A.3.d) $p(F)\cdot p(W)=0,60\cdot 0,48\neq 0,56$. Dependientes

EJERCICIO 4
a) **(1.5 puntos)** La talla de los individuos de una población sigue una distribución Normal con desviación típica 8 cm y media desconocida. A partir de una muestra aleatoria se ha obtenido un intervalo de confianza al 95% para estimar la talla media poblacional, que ha resultado ser (164.86, 171.14) en cm.
Calcule la talla media de la muestra y el tamaño muestral mínimo necesario para reducir a la mitad el error máximo de estimación anterior.
b) **(1 punto)** En un club privado con 243 usuarios se ha seleccionado una muestra para hacer un sondeo, según la actividad realizada y por muestreo aleatorio estratificado. En esa muestra, 5 usuarios practican Yoga, 7 Pilates y 15 Mantenimiento, ¿cuántos usuarios están inscritos en cada actividad en ese club?

A.4.a) Error: $E=\frac{171.14-164.86}{2}$ $\longrightarrow$ E = 3.14

Talla media: $a=\frac{171.14+164.86}{2}$ $\longrightarrow$ a = 168

Queremos reducir el error a la mitad: 3,14 / 2 = 1,57

geogebra

$p(z\leq z_{\alpha/2})=\frac{1+0,95}{2}=1,975$; $z_{\alpha/2}=1,96$

$E=z_{\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$; $n=\left(1,96\cdot\frac{8}{1,57}\right)^2=99,75$; La muestra debe ser de al menos 100 personas

A.4.b) $\frac{N}{n}=\frac{N_1}{n_1}=\frac{N_2}{n_2}=\frac{N_3}{n_3}$; $n=5+7+15=27$

$\frac{243}{27}=\frac{N_1}{5}$; $N_1=45$ yoga; $\frac{243}{27}=\frac{N_1}{7}$; $N_2=63$ pilates; $\frac{243}{27}=\frac{N_3}{15}$; $N_3=135$ mantenimiento

<u>EJERCICIO 1</u>

(2.5 puntos) Una empresa fabrica dos tipos de agua de colonia, A y B. La colonia A contiene un 5% de extracto de rosas y un 10% de alcohol, mientras que la B se fabrica con un 10% de extracto de rosas y un 15% de alcohol. El precio de venta de la colonia A es de 24 €/litro y el de la B es de 40 €/litro. Se dispone de 70 litros de extracto de rosas y de 120 litros de alcohol. ¿Cuántos litros de cada colonia convendría fabricar para que el importe de la venta de la producción sea máximo?

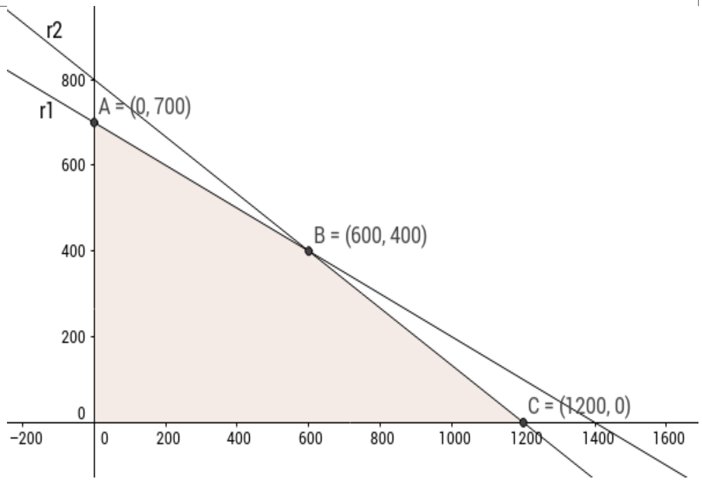
B.1) x: litros de A ; y: litros de B

rosas: $0{,}05\,x+0{,}10\,y\leq 70$

alcohol: $0{,}10\,x+0{,}15\,y\leq 120$

$x\geq 0 \quad ; \quad y\geq 0$

Beneficio: $B(x\,,y)=24\,x+40\,y$



F(A) = 28000

F(B) = 30400

F(C) = 28800

geogebra

Conviene fabricar 600 l. de A y 400 de B.

<u>EJERCICIO 2</u>

Los beneficios de una empresa, en miles de euros, han evolucionado en los 25 años de su existencia según una función del tiempo, en años, dada por la siguiente expresión:

$$B(t)=\begin{cases} 4t & si \quad 0\leq t<10 \\ -\dfrac{1}{5}t^2+8t-20 & si \quad 10\leq t\leq 25 \end{cases}$$

a) **(1 punto)** Estudie la continuidad y derivabilidad de B en el intervalo [0, 25].

b) **(1 punto)** Estudie la monotonía de esta función y determine en qué año fueron mayores los beneficios de esta empresa y cuál fue su beneficio máximo.

c) **(0.5 puntos)** Represente gráficamente esta función.

B.2.a) Los dos trozos son polinomios, por lo que son continuas y derivables. Estudiaremos *x = 10*

$$B(10)=\lim_{t\to 10^-} B(t)=40$$
$$\lim_{t\to 10^+} B(t)=40$$

. La función es continua en *x = 10*

$$B'(t)=\begin{cases} 4\;, & si \quad 0\leq t<10 \\ \dfrac{-2}{5}t+8 \;, & si \quad 10<t\leq 25 \end{cases} \qquad \begin{array}{l} B'(10^-)=4 \\ f'(10^+)=4 \end{array}$$

. La función es derivable en *x = 10*

La función es continua y derivable en [0 , 25]

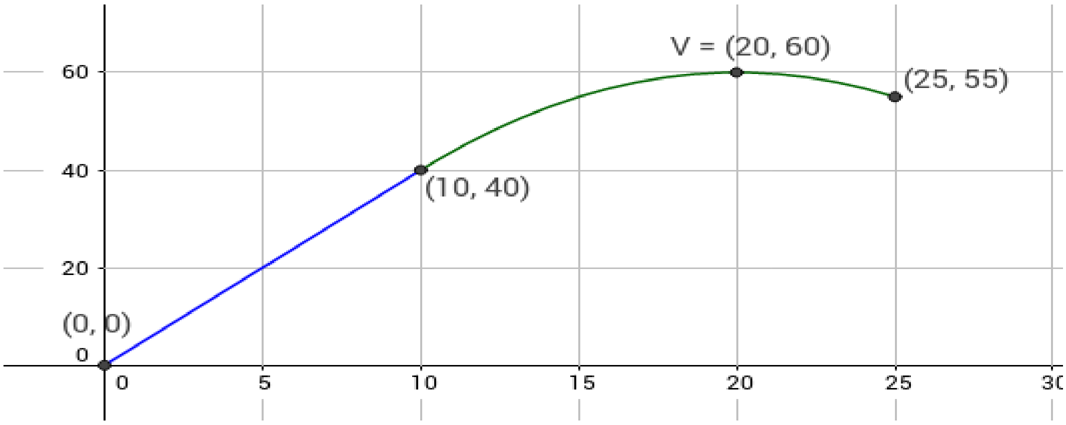
B.2.b) El primer trozo es una recta creciente (pendiente = 4).

El segundo trozo es una parábola cóncava. El vértice es el máximo.

$Vértice: t=\frac{-8}{\frac{-2}{5}}=20 \ ; \ B(20)=60$. La función es creciente en (0 , 20) y decreciente en (20 , 25). Tiene un máximo en (20 , 60) y mínimos en (0 , 0) y en (25 , 55)

El beneficio fue máximo a los 20 años y fue de 55000 €. *geogebra*

B.2.c)



EJERCICIO 3

De los sucesos A y B de un experimento aleatorio se conocen las siguientes probabilidades:

$$P(A)=0.4, \quad P(B)=0.5, \quad P\left((A\cup B)^C\right)=0.1.$$

a) **(0.75 puntos)** Razone si A y B son sucesos compatibles.

b) **(0.75 puntos)** Razone si A y B son sucesos independientes.

c) **(0.5 puntos)** Calcule $P\left(A\cap B^C\right)$.

d) **(0.5 puntos)** Calcule $P\left(A/B^C\right)$.

B.3.a) $p((A\cup B))=1-p((A\cup B)')=0{,}9$

$p((A\cap B))=p(A)+p(B)-p(A\cup B)=0{,}5+0{,}4-0{,}9=0$ → Son incompatibles

B.3.b) $p(A)\cdot p(B)=0{,}2 \ ; \ p(A\cap B)=0$ → No son independientes

B.3.c) $p(A\cap B')=p(A)-p(A\cap B)=0{,}4$

B.3.d) $p(A/B')=\frac{p(A\cap B')}{p(B')}=\frac{0{,}4}{0{,}5}=0{,}8$