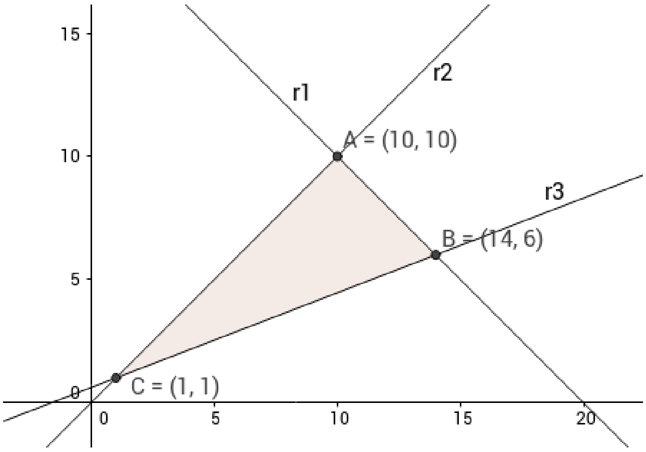
A.1.a)



A.1.b) Se sustituye el punto en las tres inecuaciones: $\begin{cases} 3+2{,}5\leq 20 \;\rightarrow\; V \\ 3-2{,}5\geq 0 \;\rightarrow\; V \\ 5\cdot 3-13\cdot 2{,}5+8\leq 0 \;\rightarrow\; V \end{cases}$. El punto sí está en la región.

A.1.c) Se sustituye cada punto en la función: $\begin{cases} F(A)=6 \\ F(B)=14 \\ F(C)=6 \end{cases}$.

El máximo se alcanza en B(14 , 6) y vale 14. El mínimo se alcanza en cualquier punto comprendido entre A(10 , 10) y C(1 , 1) y vale 6.

A.2.a) $f(x)=(x^2-1)\cdot(3x^3+5x)^3$

$$f'(x)=2x(3x^3+5x)^3+3(x^2-1)(3x^3+5x)^2(9x^2+5)=$$
$$=(3x^3+5x)^2\cdot(2x(3x^3+5x)+3(x^2-1)(9x^2+5))$$

$g(x)=\dfrac{\ln(3x)}{e^{2x}}$

$$g'(x)=\frac{\frac{3}{3x}\cdot e^{2x}-\ln(3x)\cdot 2\cdot e^{2x}}{e^{4x}}=\frac{e^{2x}(\frac{1}{x}-2\ln(3x))}{e^{4x}}=\frac{\frac{1}{x}-2\ln(3x)}{e^{2x}}$$

A.2.b) $h(x)=\dfrac{3x+6}{2x+1}$ Necesitamos la derivada: $h'(x)=\dfrac{3(2x+1)-2(3x+6)}{(2x+1)^2}=\dfrac{-9}{(2x+1)^2}$

$$r:\quad y=h'(x_0)(x-x_0)+h(x_0)$$
$$h'(1)=-1 \quad ; \quad h(1)=3$$
$$r:\quad y=-1(x-1)+3 \quad ; \quad y=-x+4$$

A.2.c) Es una hipérbola, tiene una vertical y otra horizontal:

Asíntota horizontal: $\lim_{x\to+\infty} h(x)=\lim_{x\to-\infty} h(x)=\frac{3}{2}$. Asíntota en $y=\frac{3}{2}$

Asíntota vertical: $\lim_{x\to-\frac{1}{2}} h(x)=\pm\infty$. Asíntota en $x=\frac{-1}{2}$

A.3.a) Como los sucesos son independientes: $p(V\cap A)=p(V)\cdot p(A)=\dfrac{50}{250}\cdot\dfrac{20}{250}=\dfrac{2}{125}$

A.3.b) Como los sucesos son independientes: $p(\bar V\cap\bar A)=p(\bar V)\cdot p(\bar A)=\dfrac{200}{250}\cdot\dfrac{230}{250}=\dfrac{92}{125}$

A.3.c) Como los sucesos son independientes: $p(A/\bar V)=p(A)=\dfrac{20}{250}=\dfrac{2}{25}$

A.4.a) Contraste de hipótesis unilateral sobre la media.

$H_0:\mu\leq 11{,}7$ El diámetro no supera esa medida; $H_1:\mu>11{,}7$

Nivel de significación: 5% $\quad p(z<z_\alpha)=0{,}95 \quad ; \quad z_\alpha=1{,}645$

$\sigma=\sqrt{2{,}25}=1{,}5\ cm$.

Tamaño de la muestra: *n = 10*

Región crítica: $\left(-\infty,\mu+z_\alpha\cdot\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}},\right)=(-\infty;12{,}48)$. Región de rechazo: $(12{,}48\ ;+\infty)$

Media de la muestra: $\bar X=\dfrac{12{,}5+11{,}8+13{,}1+14{,}3+11{,}7+12{,}6+12{,}7+12{,}1+13{,}5+11{,}5}{10}=12{,}58$.

Se rechaza la hipótesis, con ese nivel de aceptación no podemos afirmar que tengan el mismo diámetro que en otras regiones.

A.4.b) Nivel de significación: 3% $\quad p(z<z_\alpha)=0{,}97 \quad ; \quad z_\alpha=1{,}88$

Región crítica: $\left(-\infty,\mu+z_\alpha\cdot\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}},\right)=(-\infty;12{,}59)$. Ahora sí podemos confirmar la hipótesis.

B.1.a) ; $A=\begin{pmatrix}2 & 4\\ -2 & -6\end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix}1 & 0 & 1\\ 1 & -2 & 0\end{pmatrix}$ $\quad X\cdot(B\cdot B^t)=\dfrac{1}{2}A-2A^t \quad X=(\dfrac{1}{2}A-2A^t)(B\cdot B^t)^{-1}$

$C=\dfrac{1}{2}A-2\,\text{Transpose}(A)$

$\to \begin{pmatrix}-3 & 6\\ -9 & 9\end{pmatrix}$

$D = B\ \text{Traspone}[B]$

$\to D=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 1 & 5\end{pmatrix}$

$E=\text{Inversa}[D]$

$\to E=\begin{pmatrix}\frac{5}{9} & -\frac{1}{9}\\ -\frac{1}{9} & \frac{2}{9}\end{pmatrix}$

$X := C\cdot E$

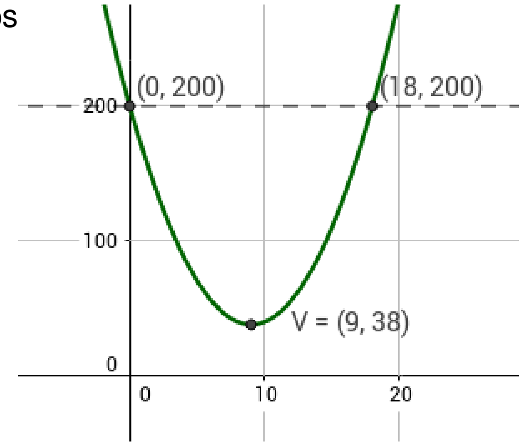
$\to X := \begin{pmatrix}-\frac{7}{3} & \frac{5}{3}\\ -6 & 3\end{pmatrix}$

B.2.a) $f(x)=2x^2-36x+200$ Tenemos una parábola convexa. El mínimo está en el vértice:

$x=\frac{36}{4}=9$; $f(9)=38$. Hay que fabricar 9 mil kg, con un coste de 38 mil euros.

B.2.b) $f'(x)=4x-36$; $f'(7)<0$. Fabricando 7 mil kg, los costes van decreciendo.

B.2.c) Para la gráfica usamos el vértice y los puntos f(0) = 200 y su simétrico f(18) = 200.



Los costes son 200 000 € para una producción de 0 kg y 18 000 kg.

B.3.a) **B.3.b)**

	A	B	C	
R	15	8	2,5	25,5
R'	135	92	47,5	274,5
	150	100	50	300

$p(R')=\frac{274{,}5}{300}=0{,}92$

$p(A/R)=\frac{15}{25{,}5}=0{,}59$

B.4.a) $p(z\leq z_{\alpha/2})=\frac{1+0{,}97}{2}=0{,}985$; $z_{\alpha/2}=2{,}17$

Intervalo de confianza para la media: $\left(\bar{x}-z_{\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\ ,\ \bar{x}+z_{\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)=(243{,}53\ ;\ 250{,}47)$

Con una seguridad del 97% podemos afirmar que la media de peso de todos los paquetes está en ese intervalo.

B.4.b) $p(z\leq z_{\alpha/2})=\frac{1+0{,}95}{2}=0{,}975$; $z_{\alpha/2}=1{,}96$

$E=z_{\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$; $n=\left(z_{\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{E}\right)^2=3933{,}8$; La muestra debe ser de al menos 3934 paquetes