

Tema 3. Divisibilidad - Máx.c.d. y Mín.c.m.

1. Criterios de divisibilidad

1. Divisible por 2: La última cifra debe ser **par**

$$133\textcircled{6} : V$$

$$133\textcircled{5} : F$$

2. Divisible por 3: La **suma de todas** las cifras debe ser **múltiplo de 3**

$$1236 : V$$
$$1+2+3+6 = 12$$

$$2236 : F$$
$$2+2+3+6 = 13$$

3. Divisible por 5: La **última** cifra debe ser **0 ó 5**

$$133\textcircled{5} : V$$

$$133\textcircled{6} : F$$

$$133\textcircled{0} : V$$

4. Divisible por 6: Cuando lo es por 2 y por 3 a la **vez**

5. Divisible por 7: No hay criterio. Hay que hacer la división

6. Divisible por 9: La **suma de todas** las cifras debe ser **múltiplo de 9**

$$1236 : F$$
$$1+2+3+6 = 12$$

$$9036 : V$$
$$9+0+3+6 = 18$$

7. Divisible por 10: La **última** cifra debe ser **0**

8. Divisible por 11: La **suma** de las cifras de posición **par** menos la **suma** de las de posición impar debe ser **0 u 11**

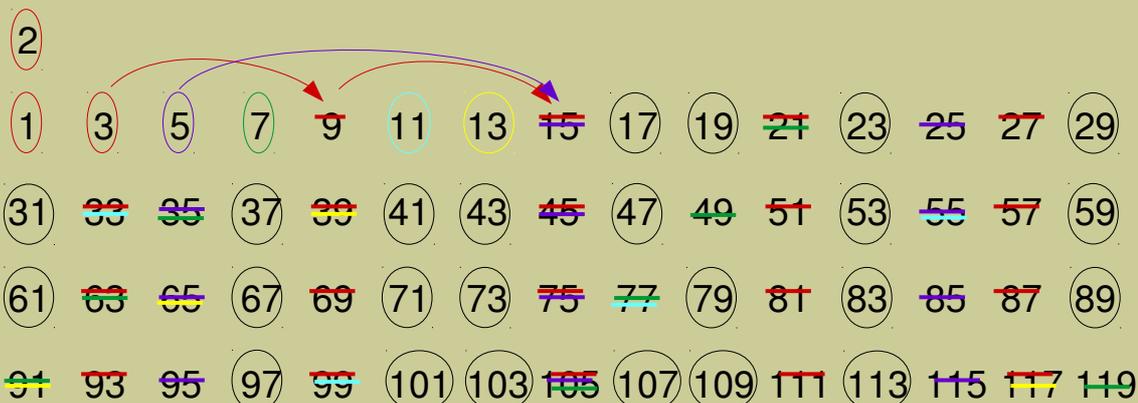
$$1236 : F$$
$$(2+6)-(1+3) = 4$$

$$9031 : V$$
$$(9+3)-(0+1) = 11$$

9. Divisible por 15: Cuando lo es por 3 y por 5 a la **vez**

2. Números primos. Criba de Eratóstenes

Se toma el 1, el 2. Luego el 3 y se van eliminando de 3 en 3. Luego el 5 y se eliminan de 5 en 5. Luego el 7 y se eliminan de 7 en 7.



3. Descomposición en factores primos

Números “pequeños o conocidos”: Se van haciendo multiplicaciones “de cabeza”.

$$120 = 2 \cdot 60 = 2 \cdot 2 \cdot 30 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 15 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$$

Debe hacerse con la menor cantidad de pasos posible

Números “grandes o raros”: Se van haciendo divisiones “de cabeza” hasta llegar a 1 ó a un número conocido.

| | |
|--------------------------------|-------------------------------------|
| 135 5 | 1350 2 |
| 27 3 | 675 5 |
| 9 3 | 135 3 ³ · 5 |
| 3 3 | |
| 1 | |
| 135 = 3³ · 5 | 1350 = 2 · 3³ · 5 |

4. Divisores de un número

Números “pequeños o conocidos”: Se van haciendo multiplicaciones “de cabeza”.

| | | | | |
|-------------|----|----|----|---|
| 30 : | 1 | 2 | 3 | 5 |
| | 30 | 15 | 10 | 6 |

Números “grandes o raros”: Se hace la descomposición factorial y se van emparejando los factores primos

$$120 = 12 \cdot 10 = 2 \cdot 6 \cdot 2 \cdot 5 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$$

Fijos: **1** , **120**

De uno en uno: **2** , **3** , **5**

De dos en dos: **2 · 2 = 4** , **2 · 3 = 6** , **2 · 5 = 10** , **3 · 5 = 15**

De tres en tres: **2 · 2 · 2 = 8** , **2 · 2 · 3 = 12** , **2 · 2 · 5 = 20** , **2 · 3 · 5 = 30**

De cuatro en cuatro: **2 · 2 · 2 · 3 = 24** , **2 · 2 · 2 · 5 = 40** , **2 · 2 · 3 · 5 = 60**

5. Múltiplos de un número

Múltiplos de 3: van de 3 en 3. **Múltiplos de “a”:** van de “a” en “a”

Múltiplos de 7 a partir de 500

Se hace la división:

$$\begin{array}{r|l} 500 & 7 \\ 10 & 71 \\ 3 & \end{array}$$

Como el resto es 3, para ser múltiplo de 7 faltan 4. Por tanto, el primer múltiplo de 7 es **504**

La lista continúa de 7 en 7: **504** , **511** , **518** , **525** , ...

6. Máximo común divisor: mcd – Mínimo común múltiplo: mcm

M.c.d.: De los **divisores comunes**, el **mayor**

Método óptimo: Se descomponen los números en factores primos y se toman **sólo los comunes** con el **menor** exponente.

$$\text{mcd}(140, 24) = ?$$

$$140 = 2 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 5 = 2^2 \cdot 5 \cdot 7$$

$$24 = 6 \cdot 4 = 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3 \cdot 3$$

$$\text{mcd}(140, 24) = 2^2 = 4$$

M.c.m.: De los **múltiplos comunes**, el **menor**

Método óptimo: Se descomponen los números en factores primos y se toman **todos** con el **mayor** exponente.

$$\text{mcm}(140, 24) = ?$$

$$140 = 2 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 5 = 2^2 \cdot 5 \cdot 7$$

$$24 = 6 \cdot 4 = 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3 \cdot 3$$

$$\text{mcm}(140, 24) = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 840$$

7. Hacer divisiones a partir de la descomposición factorial

En el dividendo, se “eliminan” los factores del divisor

a) $140 : 4 = ?$

$$4 = 2 \cdot 2 ; 140 = 2 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 5$$

$$140 : 4 = 7 \cdot 5 = \mathbf{35}$$

b) $140 : 14$

$$14 = 2 \cdot 7 ; 140 = 2 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 5$$

$$140 : 14 = 2 \cdot 5 = \mathbf{10}$$

c) $840 : 14 = ?$

$$14 = 2 \cdot 7 ; 840 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$$

$$840 : 14 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = \mathbf{60}$$

d) $840 : 12 = ?$

$$12 = 2 \cdot 2 \cdot 3 ; 840 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$$

$$840 : 12 = 2 \cdot 5 \cdot 7 = \mathbf{70}$$