SOLUCIONES

Prueba de Acceso a la Universidad. Universidades de Andalucía **Matemáticas II**

Examen Septiembre. Año 2015

Paco Muñoz. IES Virgen de la Cabeza – Marmolejo (Jaén)

A.1) Asíntota vertical en $x = 1$; $1 + c = 0$; $c = -1$

Asíntota oblicua de pendiente 2: $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{f(x)}{x}=2$; $a=2$

Extremo local en $x = 3$: $f'(3)=0$; $f'(x)=\dfrac{2x^2-4x-b}{(x-1)^2}$; $b=6$

A.2) Hacemos por partes la integral indefinida:

$$\int x^2 senx\, dx=\left[\begin{array}{c} u=x^2 \ ;\ du=2x\,dx \\ dv=senx\,dx \ ;\ v=-\cos x\end{array}\right]=-x^2 cosx+2\int x\,cosx\,dx=$$

$$=\left[\begin{array}{c} u=x \ ;\ du=dx \\ dv=cosx\,dx \ ;\ v=sen\,x\end{array}\right]=-x^2 cosx+2[x\,senx-\int senx\,dx]=$$

$$=-x^2 cosx+2x\,senx+2\,cox+K$$

$$\int_0^{\pi} x^2 senx\,dx=\pi^2-2-2=\pi^2-4$$

A.3.a) $X=(A^t)^{-1}\cdot C\cdot B$; $(A^t)^{-1}=\begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{2}{3} & \frac{1}{3}\end{pmatrix}$; $X=\begin{pmatrix} -7 & \frac{10}{3} & 0 \\ -3 & \frac{5}{3} & 0\end{pmatrix}$

A.3.b) $|B^{-1}(C^t C)B|=\dfrac{1}{|B|}\cdot|(C^t C)|\cdot|B|=|(C^t C)|=0$

$$C^t\cdot C=\begin{pmatrix} 2 & -5 & 0 \\ -5 & 25 & 0 \\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix}$$

A.4.a) Punto genérico de r: $X(1\ ,\ 1\ ,\ \lambda-2)$. Vector director de $r:\vec{v}=(0,0,1)$

Punto genérico de s: $Y(1+\mu\ ,\mu\ ,\ -1)$. Vector director de $r:\vec{u}=(1,1,0)$

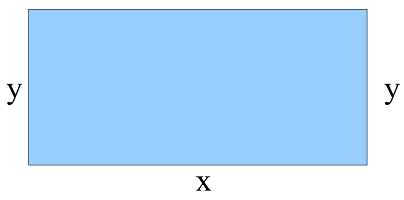
Vector: $\overrightarrow{XY}=(\mu,\mu-1,-\lambda+1)$

$$\left.\begin{array}{l}\overrightarrow{XY}\perp\vec{v}\\ \overrightarrow{XY}\perp\vec{u}\end{array}\right\}\ ;\ \left.\begin{array}{c}-\lambda+1=0\\ \mu+\mu-1=0\end{array}\right\}\ ;\ \left.\begin{array}{c}\lambda=1\\ \mu=\frac{1}{2}\end{array}\right\}\ ;\ X(1,1,-1)\ ;\ Y(\tfrac{3}{2},\tfrac{1}{2},-1)$$

Perpendicular común: $t:\begin{cases} x=1+\frac{1}{2}t \\ y=1-\frac{1}{2}t \\ z=-1\end{cases}$

A.4.b) $d(r\ ,\ s)=d(X\ ,\ Y)=|\overrightarrow{XY}|=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

B.1)

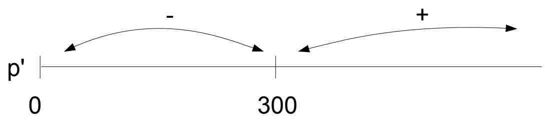


Área: $x \cdot y = 180000 \quad ; \quad x = \dfrac{180000}{y}$

Perímetro: $p = x + 2y = \dfrac{180000}{y} + 2y$

Buscamos el mínimo para *p*:

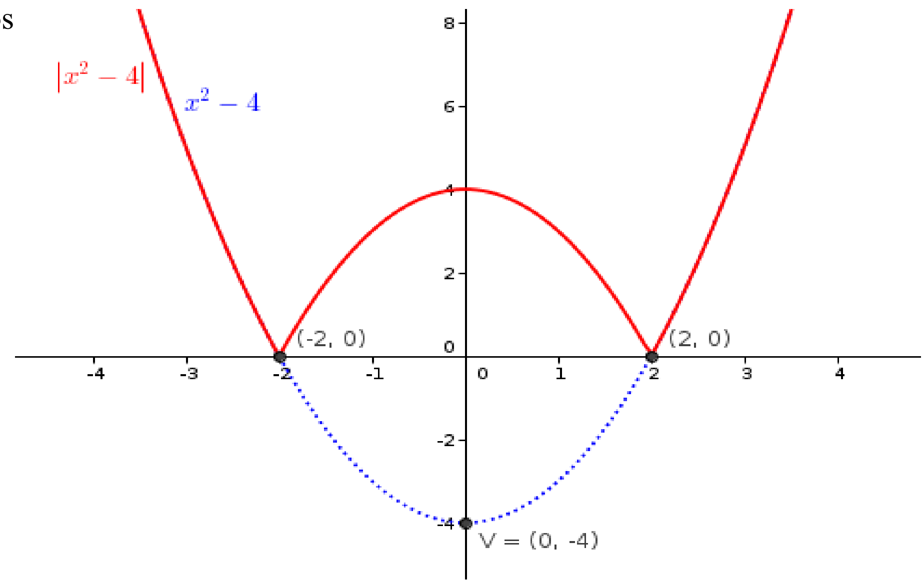
$p' = \dfrac{-180000}{y^2} + 2 \quad ; \quad p' = 0 \rightarrow y = 300$ (la solución negativa no es válida)



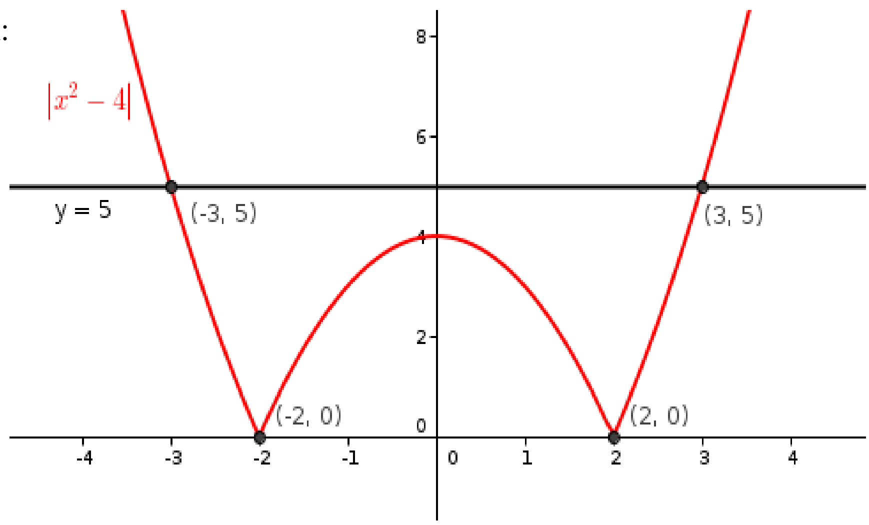
Efectivamente, se alcanza un mínimo en *y = 300.*

La solución es y = 300 m. , x = 600 m.

B.2.a) Se calcula el vértice y los puntos de corte con los ejes:



B.2.b) Se resuelve la ecuación: $x^2 - 4 = 5 \quad ; \quad x = \pm 3$.



Área: $\int_{-3}^{3} 5\,dx - 2\cdot\int_{2}^{3}(x^2-4)\,dx - \int_{-2}^{2}(-x^2+4)\,dx =$

$= 5\cdot 6 - 2\left(\frac{3^3}{3} - 4\cdot 3 - \frac{2^3}{3} + 4\cdot 2\right) - \left(-\frac{2^3}{3} + 4\cdot 2 + \frac{(-2)^3}{3} - 4\cdot(-2)\right) = \frac{44}{3}$

B.3.a) $|A| = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & -3 \\ 1 & 1 & 2 \end{vmatrix} = -3$. Usamos la regla de Cramer:

$x = \frac{\begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & -3 \\ 0 & 1 & 2 \end{vmatrix}}{|A|} = \frac{2}{3}$; $y = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -3 \\ 1 & 0 & 2 \end{vmatrix}}{|A|} = \frac{-4}{3}$; $z = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}}{|A|} = \frac{1}{3}$

B.3.b) El sistema debe ser compatible determinado:

$|A| = \begin{vmatrix} 2 & 1 & \alpha-1 \\ 1 & -\alpha & -3 \\ 1 & 1 & 2 \end{vmatrix} = \alpha^2 - 4\alpha = 0 \rightarrow \alpha = 0, 4$

Si $\alpha \neq 0$ y $\alpha \neq 4$ el sistema es compatible determinado.

Imponemos la solución que nos dan: $\begin{cases} 2-3+(\alpha-1)\alpha = \alpha-1 \\ 1+3\alpha-3\alpha = 1 \\ 1-3+2\alpha = 2\alpha-2 \end{cases}$. Se resuelve este sistema y se obtiene: $\alpha=0$ ó $\alpha=2$.

Por tanto:

- Si $\alpha=0$: (1 , -3, α) es solución del sistema, pero no es la única.
- Si $\alpha=2$: (1 , -3, α) es solución del sistema, y es la única.

B.4.a) El vector director de la recta y el normal al plano deben ser paralelos: $\vec{v}=(3,n,2)$; $\vec{n}=(m,5,2)$

Sus coordenadas deben ser proporcionales: $\frac{3}{m} = \frac{n}{5} = 1 \rightarrow m=3$; $n=5$

B.4.b) El vector director de la recta y el normal al plano deben ser perpendiculares:

$3m+5n+4=0$.

Además, cualquier punto de la recta debe estar contenido en el plano: $P(-1,0,1) \rightarrow -m+5\cdot 0+2=0$.

Por tanto, $m=2$; $n=-2$