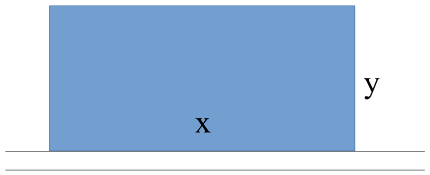
**SOLUCIONES**

**Prueba de Acceso a la Universidad. Universidades de Andalucía** **Matemáticas II**

**Examen Junio Incidencias. Año 2015**

**Paco Muñoz. IES Virgen de la Cabeza – Marmolejo (Jaén)**

**A.1)**




Precio: $80x+10x+10y+10y=90x+20y=28800 \quad ; \quad y=1440-\frac{9}{2}x$

Área: $x\cdot y \quad ; \quad f(x)=x\cdot(1440-\frac{9}{2}x)=1440x-\frac{9}{2}x^2$

Es una parábola con las ramas hacia abajo. El vértice es el máximo: $x=\frac{-1440}{-9}=160$ .

Las dimensiones del campo de área máxima son $x = 160$ *m.* , $y = 720$ *m*.

**A.2)** $\left\{\begin{matrix}\sqrt{x+2}=t \\ x=t^2-2 \\ dx=2tdt\end{matrix}\right\} \quad ; \quad \int \frac{2tdt}{(t^2-4)t}=\int \frac{2dt}{(t^2-4)}$; Integral racional

$$\frac{2}{(t+2)(t-2)}=\frac{A}{t+2}+\frac{B}{t-2} \quad ; \quad 2t=A(t-2)t+B(t+2)t$$

Se dan valores a $t$ y se obtiene: $A=\frac{-1}{2} \; ; \; B=\frac{1}{2}$ . La integral queda:

$$\frac{-1}{2}\int \frac{dt}{t+2} + \frac{1}{2}\int \frac{dt}{t-2} = -\frac{1}{2}\ln|t+2|+\frac{1}{2}\ln|t-2| = -\frac{1}{2}\ln|\sqrt{x+2}+2| + \frac{1}{2}\ln|\sqrt{x+2}-2|+C$$

**A.3)** $AXA^{-1}=CA^{-1}-B \quad ; \quad X=A^{-1}(CA^{-1}-B)A=(A^{-1}CA^{-1}-A^{-1}B)A=A^{-1}C-A^{-1}BA$

Sacando factor común: $X=A^{-1}(C-BA)$

$$A^{-1}=\begin{pmatrix}3 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1\end{pmatrix} \quad ; \quad C-BA=\begin{pmatrix}0 & -2 & 2 \\ -1 & -1 & 0 \\ 2 & 5 & 2\end{pmatrix} \quad ; \quad X=\begin{pmatrix}1 & -5 & 6 \\ 0 & 2 & -2 \\ 1 & 2 & 4\end{pmatrix}$$

**A.4.a)** Se pasa la ecuación de la recta $r$ a paramétricas: $r:\left\{\begin{matrix}x=\lambda \\ y=-5+2\lambda \\ z=-3+2\lambda\end{matrix}\right.$

El vector director de la recta es: $\vec{v}=(1,2,2)$ .

Este vector es el normal al plano pedido: $\pi: x+2y+2z+D=0$ .

Se sustituye el punto $P$ y se obtiene: $D = -11$ . $\pi: x+2y+2z-11=0$

**A.4.b)** Se calcula el punto de corte entre el plano π y la recta *r* :

$$\lambda-10+4\lambda-6+4\lambda-11=0 \quad ; \quad \lambda=3 \quad ; \quad Q(3,1,3) \ .$$

*Q* es el punto medio entre *P* y su simétrico *P'*:

$$\overrightarrow{PQ}=\overrightarrow{QP'} \quad ; \quad \vec{q}-\vec{p}=\vec{p}\,'-\vec{q} \quad ; \quad \vec{p}\,'=2\vec{q}-\vec{p}=(9,1,0) \quad ; \quad P'(9,1,0)$$

**B.1)** Al ser la función derivable, también debe serlo en *x = 0*. Estudiamos ahí la continuidad y la derivabilidad.

$f(0)=\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)=a$ . Para que sea continua en *x = 0* se debe cumplir *a = b*.

$\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=b$

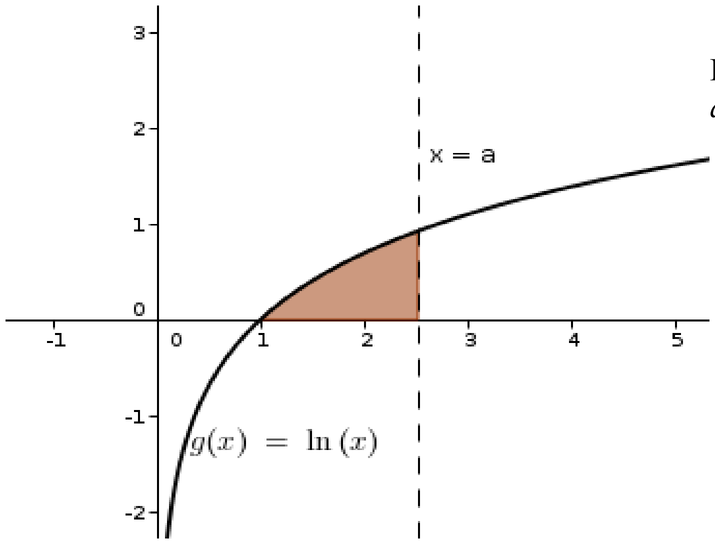
$$f'(x)=\begin{cases} -a\,senx+2 \ , si \ \ x<0 \\ \dfrac{a^2}{x+1}-\dfrac{b}{(x+1)^2} \ , \ si \ \ x>0 \end{cases} \quad ; \quad \begin{matrix} f'(0^-)=2 \\ f'(0^+)=a^2-b \end{matrix} \ .$$

Para que sea derivable en *x = 0* se debe cumplir $a^2-b=2$ .

Se resuelve el sistema y se obtiene: $\begin{cases} a=-1 \ ; \ b=-1 \\ \quad ó \\ a=2 \ ; \ b=2 \end{cases}$ .

Como *b > 0*, nos quedamos con la segunda opción.

**B.2)**




Hacemos la gráfica, teniendo en cuenta que *a > 1*.

$\int_1^a \ln x\,dx=1$ ;

$$\int \ln x\,dx=\left[\begin{matrix} u=\ln x \ ; \ du=\dfrac{dx}{x} \\ dv=dx \ ; \ v=x \end{matrix}\right]=x\cdot\ln x-\int dx=x\cdot \ln x-x \ ;$$

$$[x\cdot \ln x-x]_1^a=a\cdot \ln a-a+1=1 \quad ; \quad a(\ln a-1)=0 \quad ; \quad \begin{cases} a=0 \ \ \text{no es posible} \\ \quad ó \\ a=e \end{cases}$$

**B.3.a)** $\begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} \neq 0$ . Este menor asegura *r(A) ≥ 2*. Veamos cúando se da *r(A) = 3*.

$\begin{vmatrix} \lambda & \lambda & \lambda \\ \lambda & 2 & 2 \\ \lambda & 2 & 1 \end{vmatrix} = \lambda^2 - 2\lambda \quad ; \quad \lambda^2 - 2\lambda = 0 \quad ; \quad \lambda = 0 ; 2$

El sistema es homogéneo, por lo que $r(A) = r(\overline{A})$ y es siempre compatible. Por tanto, tenemos que:

Si λ = 0 ó 2 ; $r(A) = r(\overline{A}) = 2$ ; $n = 3$. Sistema compatible indeterminado.

Si λ ≠ 0 y 2 ; $r(A) = r(\overline{A}) = n = 3$. Sistema compatible determinado. Solución (0 , 0 , 0).

**B.3.b)** Resolvemos el sistema para λ = 0.

$\begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$ . En este caso no es posible *z ≠ 0.*

Resolvemos el sistema para λ = 2.

$\begin{cases} x = t \\ y = -t \\ z = 0 \end{cases}$ . En este caso tampoco es posible *z ≠ 0.*

En cualquier otro caso para λ , la solución del sistema es (0 , 0 , 0).

Siempre se cumple *z = 0.*

**B.4.a)** *C* es un punto genérico de *r*: C(t , -2t , 0).

Los vectores $\overline{AB}$ y $\overline{AC}$ son perpendiculares:

$(2\ ,\ 0\ ,\ 2) \cdot (t\ ,\ -2t-1\ ,\ -1) = 0 \quad \rightarrow \quad 2t - 2 = 0 \quad \rightarrow \quad t = 1$ . C(1 , -2 , 0).

**B.4.b)** *D* es un punto genérico de *r*: D(t , -2t , 0).

Área del triángulo = $\dfrac{|\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AD}|}{2} = \dfrac{|(4t+2\ ,\ 2t+2\ ,\ -4t-2)|}{2} = \dfrac{\sqrt{36t^2 + 40t + 12}}{2}$

$\dfrac{\sqrt{36t^2 + 40t + 12}}{2} = \sqrt{2} \quad ; \quad t = \dfrac{-1}{9} \quad ; \quad t = -1$ .

Hay dos soluciones: $D_1(\dfrac{-1}{9}, \dfrac{2}{9,} 0) \quad ; \quad D_2(-1, 2, 0)$