A.1.a) $A \cdot X + B = I \quad ; \quad X = A^{-1}(I - B)$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & \frac{-1}{3} \\ \frac{-1}{3} & \frac{2}{3} \end{pmatrix} \quad . \quad I - B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad . \quad X = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

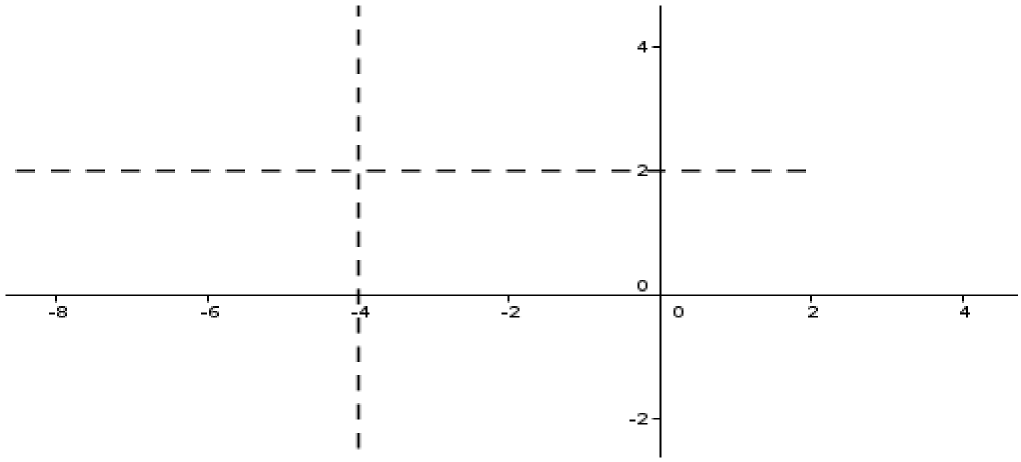
A.1.b) $M \cdot A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ a & b \end{pmatrix} \quad ; \quad \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ a & b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad ; \quad a = 2 \ , \ b = 1 \ .$

A.2.a) El primer trozo podría tener asíntota horizontal en -∞ y una vertical en x = -4. Veamos:

$\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{2x-5}{x+4} = 2$. Asíntota horizontal en *y = 2*.

$\lim\limits_{x \to -4} \frac{2x-5}{x+4} = \left(\frac{-13}{0}\right) = \pm\infty$. Asíntota vertical en *x = -4*.

El segundo trozo es una función polinómica. No tiene asíntotas.



Para el punto de corte se hace $x = 0 \rightarrow y = \frac{-5}{4}$. Punto $\left(0, -\frac{5}{4}\right)$

A.2.b) $r: \quad y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$

Necesitamos la derivada del primer trozo: $f'(x) = \frac{2(x+4) - (2x-5)}{(x+4)^2} = \frac{13}{(x+4)^2}$

$f'(-3) = 13 \quad ; \quad f(-3) = -11$

$r: \quad y = 13(x+3) - 11 \quad ; \quad y = 13x + 28$

A.3)

	C	C'	
A	2	18	20
A'	3	77	80
	5	95	100

a) $p(C)\cdot p(A)=0{,}05\cdot 0{,}20=0{,}01$. No son independientes.
$p(C\cap A)=0{,}02$

b) $p(C'\cap A')=0{,}77$

c) $\frac{2}{20}\cdot 100=10\%$

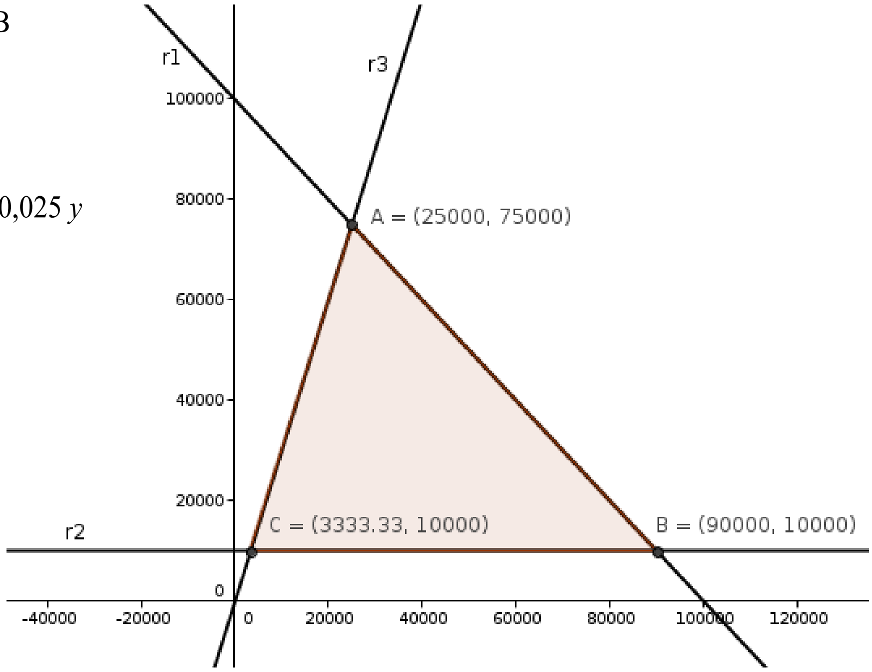
A.4.a) $\bar{x}=\frac{95000+99000+\ldots}{9}=107889$.

$p(z\le z_{\alpha/2})=\frac{1+0{,}95}{2}$; $z_{\alpha/2}=1{,}96$

Intervalo de confianza para la media: $\left(\bar{x}-z_{\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\ ,\ \bar{x}+z_{\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)=(101356\ ;\ 114422)$

A.4.b) $E=z_{\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$; $n=\left(z_{\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{E}\right)^2=24{,}01$; La muestra debe ser de al menos 25 hipotecas

B.1.a) x: capital invertido en A ; y: en B
total: $x+y\le 100000$
B: $y\ge 10000$
riesgo: $y\le 3x$
$x\ge 0$; $y\ge 0$
Rentabilidad: $R(x,y)=0{,}02x+0{,}025y$



$R(A)=2375\,€$
$R(B)=2050\,€$
$R(C)=316{,}67\,€$

Se debe invertir 25000€ en el A y 75000 en el B para conseguir la máxima rentabilidad, que sería en este caso de 2375 €.

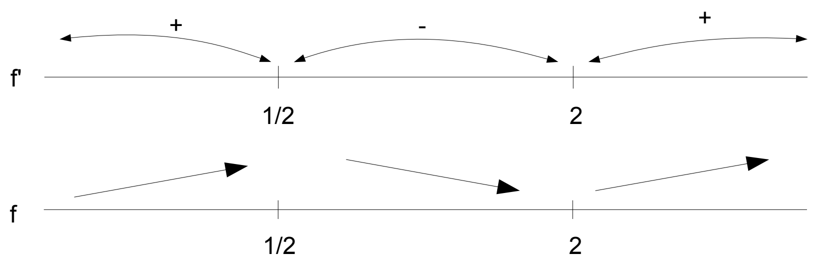
B.2.a) La función está formada por dos trozos que son funciones polinómicas. Por tanto son continuas y derivables en su dominio. Sólo hay que estudiar el “punto de unión”.

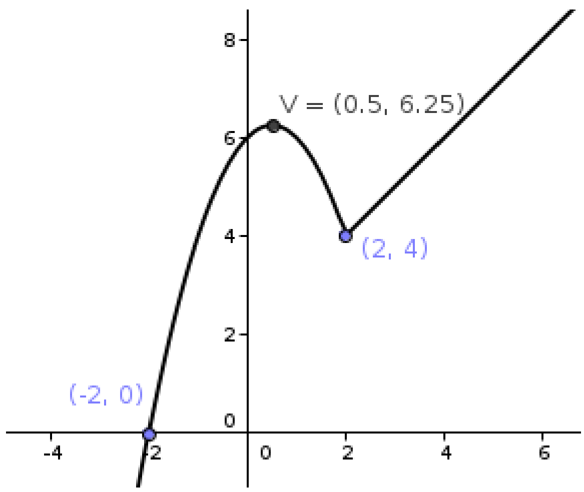
$$\left.\begin{array}{l} f(2)=\lim_{x\to 2^-} f(x)=4 \\ \lim_{x\to 2^+} f(x)=4 \end{array}\right.$$. La función es continua en $x = 2$. Es continua en $\mathbb{R}$.

B.2.b) $f'(x)=\begin{cases} -2x+1 & , si \quad x<2 \\ 1 & , si \quad x>2 \end{cases}$ $\quad \begin{array}{l} f'(2^-)=-3 \\ f'(2^+)=1 \end{array}$.

La función no es derivable en $x = 2$. Es derivable en $\mathbb{R}-\{2\}$.

B.2.c) Estudiamos la monotonía: $f'(x)=0 \quad ; \quad x=\dfrac{1}{2}$





Máximo relativo en $x=\dfrac{1}{2}$, $y=\dfrac{25}{4}$.

Mínimo relativo en $x=2$, $y=4$

Creciente en el intervalo $(-\infty,\frac{1}{2})$ y en $(2,+\infty)$.

Decreciente en el intervalo $(\frac{1}{2},2)$

Corte en el eje OY: $x=0$, $y=6$

Cortes en el eje OX: $y=0$, $\begin{cases} -x^2+x+6=0 \;\; ; \;\; x=3 \text{ (ésta no vale)} \; , \; x=-2 \\ x+2=0 \;\; , \;\; x=-2 \text{ (ésta no vale)} \end{cases}$

B.3)

	A	B	C	
H	0,06	0,11	0,05	0,22
H'	0,24	0,09	0,45	0,78
	0,3	0,2	0,5	1

20% de 0,3 = 0,06 ; 55% de 0,2 = 0,11 ; 10% de 0,5 = 0,05

a) $p(H')=0{,}78$

b) $p(A/H)=\dfrac{0{,}06}{0{,}22}=0{,}27$

B.4) Contraste de hipótesis unilateral sobre la media.

$H_0 : \mu \geq 110$ El peso medio sigue siendo no inferior a 110 g. ; $H_1 : \mu < 110$

$p(z < z_\alpha) = 0{,}95 \quad ; \quad z_\alpha = 1{,}645$

Región crítica: $\left(-\infty, \mu + z_\alpha \cdot \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}},\right) = (-\infty ; 108{,}99)$.

Con ese nivel de aceptación no puede aceptarse la hipótesis nula. Los biólogos tienen razón, el peso medio ha disminuido.