A.1.a) $A \cdot B^t = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 13 & -5 \end{pmatrix}$

A.1.b) $X = \frac{1}{2}(B - A) = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{-3}{2} \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$

A.1.c) $Y = B^{-1} \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2}{7} & \frac{1}{7} \\ \frac{-1}{14} & \frac{3}{14} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ \frac{3}{2} \end{pmatrix}$

A.2.a) La curva es una parábola invertida, el máximo está en el vértice (o en uno de los extremos del intervalo de definición, si el vértice estuviera fuera de ese intervalo).

Vértice: $x = \frac{-b}{2a} = \frac{-0{,}5}{-0{,}002} = 250$. Para obtener el máximo se deben invertir 250.000 €.

A.2.b) Vértice: $x = \frac{-b}{2a} = \frac{-0{,}5}{-0{,}002} = 250$; $y = R(250) = 65$. Se obtiene una rentabilidad de 65.000 €

A.2.c) Como es una parábola invertida, los mínimos están en los extremos del intervalo de definición:

f(1) = 2,999

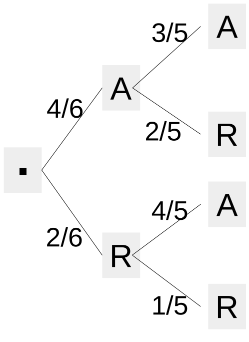
f(500) = 2,5

La rentabilidad mínima se obtiene invirtiendo 500.000 €, siendo ésta de 2.500 €.

A.3.a) Los resultados de la segunda extracción son independientes de la primera, por lo que se tiene:

$p(As1/As2) = p(As1) = 4/6 = 0{,}67$

A.3.b)



Ahora los sucesos son dependientes:

$$p(As1/As2) = \frac{p(As1 \cap As2)}{p(As2)} = \frac{\frac{4}{6} \cdot \frac{3}{5}}{\frac{4}{6} \cdot \frac{3}{5} + \frac{2}{6} \cdot \frac{4}{5}} = \frac{3}{5} = 0{,}6$$

A.4) Contraste de hipótesis unilateral sobre la media.

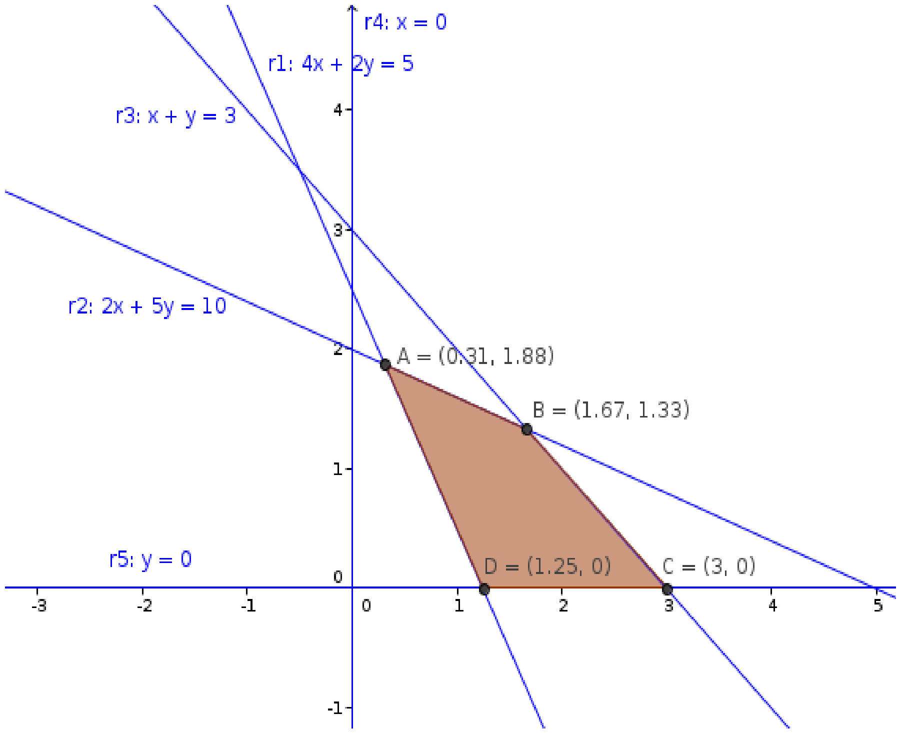
$H_0: \mu \leq 170$ La talla media no ha aumentado; $H_1: \mu > 170$

$p(z < z_\alpha) = 0{,}99$; $z_\alpha = 2{,}326$

Región crítica: $\left(\mu + z_\alpha \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, +\infty\right) = (171{,}74; +\infty)$.

Con ese nivel de aceptación, se acepta la hipótesis alternativa, la talla media ha aumentado.

B.1.a)



$A\left(\frac{5}{16}, \frac{15}{8}\right)$

$B\left(\frac{5}{3}, \frac{4}{3}\right)$

$C(3, 0)$

$D\left(\frac{5}{4}, 0\right)$

B.1.b) F(A) = 65/16 ; F(B) = 13/3 ; F(C) = 3 ; F(D) = 5/4

El valor máximo se alcanza con x = 5/3 , y = 4/3 y tiene un valor de 13/3.

El valor mínimo se alcanza con x = 5/4 , y = 0 y tiene un valor de 5/4.

B.2.a) Como es derivable en x = -1, también es continua. Se cumple:

$$f(-1) = \lim_{x\to -1^-} f(x) = \frac{-a-12}{2} \quad ; \quad \frac{-a-12}{2} = -1-2b$$
$$\lim_{x\to -1^+} f(x) = -1-2b$$

$$f'(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}a \ , & si \ \ x < -1 \\ -2x+b \ , & si \ \geq -1 \end{cases} \quad ; \quad \begin{matrix} f'(-1^-) = \frac{1}{2}a \\ f'(-1^+) = 2+b \end{matrix} \quad ; \quad \frac{1}{2}a = 2+b$$

Tenemos por tanto el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} \frac{-a-12}{2} = -1-2b \\ \frac{1}{2}a = 2+b \end{cases}$$. Se resuelve y se obtiene *a = 18* , *b = 7.*

B.2.b) Punto: *x = -2 ; y = f(-2) = -7*

Pendiente: *m = f'(-2) = 1/2*

Recta tangente: *t: y + 7 = 1/2(x + 2)*

B.3)

	A	A'	
B	6	7	13
B'	24	63	87
	30	70	100

a) 63%

b) $p(A/B')=\frac{24}{87}=0{,}28$

B.4.a) $\bar{X}=\frac{3{,}5+4{,}25+...+1{,}75+2{,}1}{10}=2{,}7$

$p(z\leq z_{\alpha/2})=\frac{1+0{,}90}{2}$; $z_{\alpha/2}=1{,}645$

Intervalo de confianza para la media: $\left(\bar{x}-z_{\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\ ,\ \bar{x}+z_{\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)=(2{,}44\ ;\ 2{,}96)$

B.4.b) $E=z_{\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$; $n=\left(z_{\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{E}\right)^2=67{,}64$; La muestra debe ser de al menos 68 estudiantes