SOLUCIONES

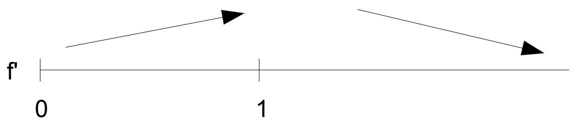
Prueba de Acceso a la Universidad. Universidades de Andalucía **Matemáticas II**

Examen Junio (Incidencias). Año 2014

Paco Muñoz. IES Virgen de la Cabeza – Marmolejo (Jaén)

A.1.a) Hay que buscar un máximo de la derivada: $f'(x)=\frac{-1}{2x^2}+\frac{1}{x}$; $f''(x)=\frac{-1}{x^2}+\frac{1}{x^3}$

$f''=0 \rightarrow x=1$



En $x = 1$, f' tiene un máximo. En ese punto f tiene pendiente máxima.

A.1.b) $r:\quad y=\frac{-1}{f'(x_0)}(x-x_0)+f(x_0)$

$f'(1)=\frac{1}{2}$; $f(1)=\frac{1}{2}$

$r:\quad y=-2(x-1)+\frac{1}{2}$; $y=-2x+\frac{5}{2}$

A.2) $\int \ln(4-x)dx=\left[\begin{array}{c} u=\ln(4-x)\ ;\ du=\frac{-1}{4-x} \\ dv=dx\ ;\ v=x \end{array}\right]=x\cdot ln|4-x|+\int \frac{x}{4-x}=$

$=x\cdot ln|4-x|+\int(-1+\frac{4}{4-x})dx=x\cdot ln|4-x|-x-4\ln|4-x|$

$$\int_{-1}^{1}\ln(4-x)dx=(-3\ln 3-1)-(-5\ln 5+1)=-3\ln 3+5\ln 5-2$$

A.3.a) Calculamos el rango de A mediante determinantes: $\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}=-1\neq 0 \rightarrow r(A)\geq 2$

$\begin{vmatrix} 1 & m+1 & 2 \\ m & 1 & 1 \\ 1-m & 2 & 1 \end{vmatrix}=-2m^2+5m-2$; $|A|=0$; $\begin{cases} m=2 \\ m=\frac{1}{2} \end{cases}$. En estos casos r(A) = 2. Si m no es ninguno de esos valores, r(A) = 3 ; r($\overline{A}$) = 3; 3 incógnitas. Sistema compatible determinado.

Estudiamos r($\overline{A}$) para esos valores.

m = 2 ; $\begin{vmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & -3 \end{vmatrix}=0$. En este caso r($\overline{A}$) = 2. Sistema compatible indeterminado.

m = 1/2 ; $\begin{vmatrix} \frac{3}{2} & 2 & -1 \\ 1 & 1 & \frac{1}{2} \\ 2 & 1 & \frac{-3}{2} \end{vmatrix} = 3$. En este caso r($\overline{A}$) = 3. Sistema incompatible.

A.3.b) $\begin{cases} x=\lambda \\ y+z=2-2\lambda \\ 2y+z=-3+\lambda \end{cases}$ $y=\dfrac{\begin{vmatrix} 2-2\lambda & 1 \\ -3+\lambda & 1 \end{vmatrix}}{-1}=-5+3\lambda$ $z=\dfrac{\begin{vmatrix} 1 & 2-2\lambda \\ 2 & -3+\lambda \end{vmatrix}}{-1}=7-5\lambda$

$z=2 \quad ; \quad \lambda=1 \quad ; \quad y=-2 \quad ; \quad x=1$

A.4.a) Si están en el mismo plano deben ser linealmente dependientes:

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1+\alpha & 2\alpha & 2-3\alpha \end{vmatrix}=0 \quad : \quad -9\alpha=0 \quad ; \quad \alpha=0$$

A.4.b) $\vec{u}\cdot\vec{w}=0 \quad ; \quad a=1$
$\vec{v}\cdot\vec{w}=0 \quad ; \quad a=1$

A.4.c) $V=\frac{1}{6}\left\|\begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1+\alpha & 2\alpha & 2-3\alpha \end{vmatrix}\right\|=\frac{1}{6}|-9\alpha|=\frac{1}{6} \quad ; \quad |-9\alpha|=1 \quad ; \quad \begin{cases} -9\alpha=1 & \alpha=\frac{-1}{9} \\ 9\alpha=1 & \alpha=\frac{1}{9} \end{cases}$

B.1) $f'(x)=3x^2+2bx+c \quad ; \quad f'(-1)=0 \quad ; \quad -2b+c=-3$

Para que el límite sea 4, previamente ha tenido que ser una indeterminación (0/0), o sea *f(1) = 0*

$1+b+c+d=0$

Por último se aplica la regla de L'Hopital: $\lim_{x\to 1}(3x^2+2bx+c)=4 \quad ; \quad 3+2b+c=4$

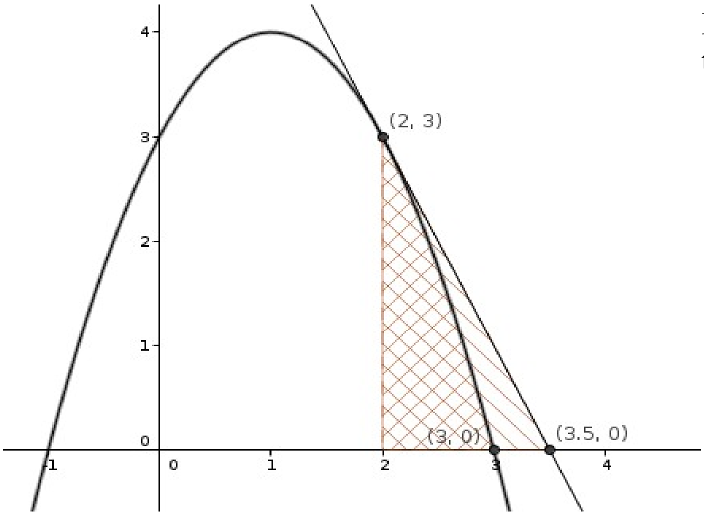
Se resuelve el sistema que forman las tres ecuaciones obtenidas y se tiene
$b=1 \quad ; \quad c=-1 \quad ; \quad d=-1$

B.2.a) $r: \quad y=f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$

$f'(2)=-2 \quad ; \quad f(2)=3$

$r: \quad y=-2(x-2)+3 \quad ; \quad y=-2x+7$

B.2.b)



El recinto pedido es el limitado entre los tres puntos, el rayado una sóla vez.

B.2.c) $\int_2^{\frac{7}{2}}(-2x+7)-\int_2^3(-x^2+2x+3)=\frac{7}{12}u^2$

B.3.a) $A^2=\begin{pmatrix} m^2+2m+2 & 2 \\ 2 & m^2-2m+2 \end{pmatrix}$; $2A+I=\begin{pmatrix} 2m+3 & 2 \\ 2 & -2m+3 \end{pmatrix}$; $m=\pm 1$

B.3.b) $A^{-1}=\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$

$$X=A^{-1}(AB+B)=B+A^{-1}B=\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

B.4.a) Sacamos los dos vectores normales a los plano que forman *r*: $\vec{v}=(1,\,0,\,1)$ y $\vec{u}=(0,\,1,\,1)$

Se hace el determinante $\begin{vmatrix} x-2 & y+2 & z \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix}=0$ y se obtiene el plano pedido: $x+y-z=0$

B.4.b) Hallamos el punto de corte entre la recta y el plano y medimos la distancia de P a ese punto

$\left.\begin{array}{r} x+z=2 \\ y+z=1 \\ x+y-z=0 \end{array}\right\}$ $Q(1,\,0,\,1)$ $d(P,\,r)=|\vec{PQ}|=\sqrt{6}$