SOLUCIONES
Prueba de Acceso a la Universidad. Universidades de Andalucía **Matemáticas II**
Examen Junio (Colisiones). Año 2014

Paco Muñoz. IES Virgen de la Cabeza – Marmolejo (Jaén)

A.1) $\lim_{x\to 1}\left(\frac{x}{x-1}-\frac{a}{\ln x}\right)=\lim_{x\to 1}\left(\frac{x(\ln x-a)+a}{(x-1)\ln x}\right)$; Tenemos una indeterminación $\frac{0}{0}$. Aplicamos L'Hopital

$\lim_{x\to 1}\left(\frac{\ln x-a+1}{\ln x+\frac{x-1}{x}}\right)$. Para que el límite sea finito, debe salir de nuevo $\frac{0}{0}$. Por tanto, **a = 1**. Así podemos aplicar de nuevo L'Hopital: $\lim_{x\to 1}\left(\frac{\frac{1}{x}}{\frac{x+1}{x^2}}\right)=\frac{1}{2}$

A.2) $\int (x^2-2x)\,dx=\frac{x^3}{3}-x^2+K_1$; $\int (e^x-1)\,dx=e^x-x+K_2$

$f(1)=1 \rightarrow e^1-1+K_2=1$; $K_2=2-e$

Como la función es derivable, debe ser continua: $f(0)=\lim_{x\to 0^+} f(x)=3-e$. O sea, $K_1=3-e$.
$\lim_{x\to 0^-} f(x)=K_1$

La función es $f(x)=\begin{cases}\frac{x^3}{3}-x^2+3-e\ , & si\ \ x<0\\ e^x-x+2-e\ , & si\ \ x\geq 0\end{cases}$

A.3.a) En una matriz cuadrada de orden *n* se cumple que $|k\cdot A|=k^n|A|$. Por tanto, $|-2\cdot A|=-8\cdot(-3)=24$

En una matriz cuadrada con $|A|\neq 0$, se cumple que $|A^{-1}|=\frac{1}{|A|}$. Por tanto, $|A^{-1}|=-\frac{1}{3}$

A.3.b) Si en una matriz cuadrada, una fila o columna se multiplica por un mismo número, el determinante queda multiplicado por ese número.

Si se intercambian dos filas o dos columnas, el determinante queda cambiado de signo.

En este caso se tiene $7\cdot 2\cdot(+3)=42$.

El determinante de una matriz es el mismo que el de su traspuesta.

Si a los elementos de una fila (o una columna) se le suman los elementos de otra multiplicados previamente por un número real, el valor del determinante no varía.

En este caso, el último determinante pedido vale también -3 .

A.4.a) $\vec{u}\cdot\vec{w}=0 \quad ; \quad \lambda=1$

A.4.b) $\begin{vmatrix}1 & -1 & 3\\ 1 & 0 & -1\\ \lambda & 1 & 0\end{vmatrix}\neq 0 \quad ; \quad \lambda\neq -4$

A.4.c) $x\vec{u}+y\vec{v}+z\vec{w}=\vec{r} \quad ; \quad \left.\begin{matrix}x+y+z=3\\ -x+z=0\\ 3x-y=2\end{matrix}\right\} \quad ; \quad \left.\begin{matrix}x=1\\ y=1\\ z=1\end{matrix}\right\}$

B.1.a) Debe ser continua en $x = 0$; $f(0)=\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=b$; por tanto $b = 1$.

$\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)=1$ (aplicando L'Hôpital)

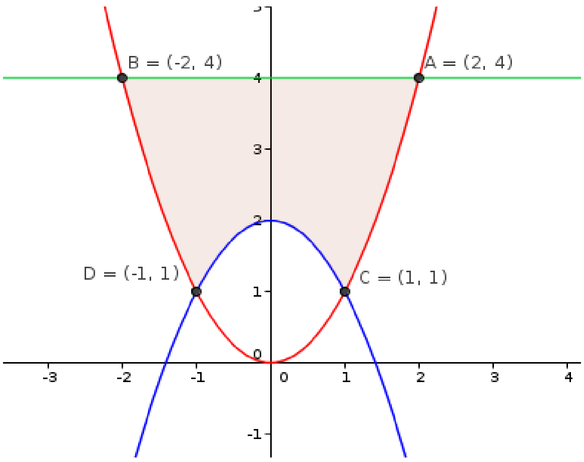
Debe ser derivable en $x = 0$;

$$f'(x)=\begin{cases}\dfrac{e^x(x-1)+e^x(x+1)}{2x^2}, & si \quad x<0\\ a \quad , & si \quad x>0\end{cases}$$

$f'(0^-)=0$ (Aplicando L'Hôpital dos veces) ; por tanto $a = 0$.
$f'(0^+)=a$

B.1.b) $x=-1 \quad ; \quad f(-1)=\dfrac{e-e^{-1}}{2} \quad ; \quad f'(-1)=-e^{-1} \quad ; \quad t: y=-e^{-1}(x+1)+\dfrac{e-e^{-1}}{2}$

B.2.a)



B.2.b) $A=2\cdot\left(\int_0^1 (3-(x^2-2))\,dx+\int_1^2 (3-x^2)\,dx\right)=8$

B.3.a) $A^{-1}=\begin{pmatrix} 3 & -6 & 2 \\ -2 & 4 & -1 \\ -1 & 3 & -1 \end{pmatrix}$

B.3.b) $X=(A^t)^{-1}(I-B)=(A^{-1})^t(I-B)=\begin{pmatrix} 2 & -6 & 1 \\ -3 & 14 & 0 \\ 0 & -4 & 1 \end{pmatrix}$

B.4.a) $r:\ P(-2,-1,1)\ ;\ \vec{v}=(2,1,-3)$ Los vectores no son paralelos, por tanto las rectas
$s:\ Q(3,0,6)\ ;\ \vec{u}=(1,1,3)$
tampoco. Se comprueba si se cortan o se cruzan con los vectores $\vec{v},\ \vec{u},\ \overrightarrow{PQ}$

$\begin{vmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 1 & 1 & 3 \\ 5 & 1 & 5 \end{vmatrix}=26\neq 0$. Las rectas se cruzan.

B.4.b) $\pi:\ P(-2,-1,1)\ ;\ \vec{v}=(2,1,-3)\ ;\ \vec{u}=(1,1,3)\ ;$

$$\begin{vmatrix} x+2 & y+1 & z-1 \\ 2 & 1 & -3 \\ 1 & 1 & 3 \end{vmatrix}=6x-9y+z+2=0$$