Paco Muñoz. IES Virgen de la Cabeza – Marmolejo (Jaén)

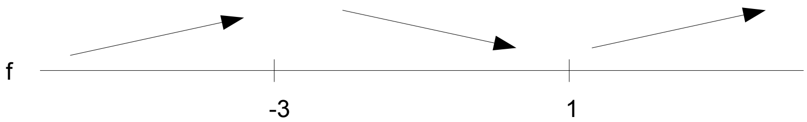
A.1.a) $f(x)=x^3+ax^2+bx+c \quad ; \quad f'(x)=3x^2+2ax+b \quad ; \quad f''(x)=6x+2a$

Punto de inflexión: $f''(\frac{1}{2})=0 \quad ; \quad a=\frac{-3}{2}$.

Recta tangente: tiene pendiente *m = -6* , y pasa por *(0, 5)*. Por tanto

$f'(0)=-6 \quad ; \quad b=-6 \quad ; \quad f(0)=5 \quad ; \quad c=5$

A.1.b) $f(x)=x^3+3x^2-9x+8 \quad ; \quad f'(x)=3x^2+6x-9 \quad ; \quad f'(x)=0 \rightarrow x=-3 \; ; \; x=1$



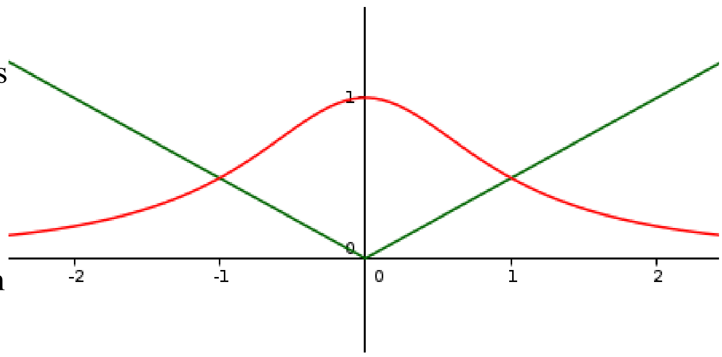
Máximo relativo en M(-3 , 35). Mínimo relativo en m(1 , 3).

A.2.a) $f(x)=\begin{cases} \frac{x}{2} \; , & si \;\; x\geq 0 \\ \frac{-x}{2} \; , & si \;\; x<0 \end{cases}$

Son dos semirrectas. La primera pasa por (0 , 0) y (2 , 1). La segunda pasa por (0 , 0) y por (-2 , 1.).

g(x) es una racional sin asíntotas verticales y con una horizontal en y = 0. Pasa por el punto (0 , 1) y no corta al eje horizontal. Tiene simetría par.

Con esto se puede esbozar la gráfica de ambas funciones.



Cortes entre ellas:

$\frac{x}{2}=\frac{1}{1+x^2}$; se resuelve por Ruffini probando con x = 1 que "parece" que es la solución.

Efectivamente se comprueba que una solución es el punto (1, ½). De la misma manera se ve que el otro punto es (-1 , ½).

A.2.b) Área = $2\cdot\int_0^1 \left(\frac{1}{1+x^2}-\frac{x}{2}\right)dx=\left[arc\,tg\,x-\frac{x^2}{4}\right]_0^1=\frac{\pi-1}{2}\;u^2$

A.3.a) El sistema que se da es compatible indeterminado puesto que tiene r(A) = r($\overline{\text{A}}$) = 2 , y tiene 3 incógnitas. Al añadir la otra ecuación, debe seguir pasando lo mismo: r(A') = r($\overline{\text{A'}}$) = 2

$\begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & 3 & 1 \\ \alpha & 1 & -7 \end{vmatrix} = 0 \ \rightarrow \ 11a = 0 \ \rightarrow \ a = 0$. Con ese valor para α calculamos el rango de $\overline{\text{A'}}$:

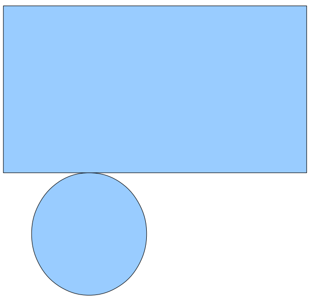
$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 5 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0$. Por tanto, r($\overline{\text{A'}}$) = 2. El sistema es compatible indeterminado para α = 0.

A.3.b) $\left.\begin{array}{c} x+2y-3z=3 \\ 2x+3y+z=5 \\ x+y+z=4 \end{array}\right\} \quad x=\frac{25}{3} \quad ; \quad y=\frac{-11}{3} \quad ; \quad z=\frac{-2}{3}$

A.4.a) $\vec{AB}=(-2,\ 1,\ 1) \quad ; \quad s:\ (x,y,z)=(-2,\ 3,\ 2)+\lambda(-2,\ 1,\ 1)$

A.4.b) $d(r,s)=d(A,s)=\frac{|\vec{AB}\times\vec{AC}|}{|\vec{AB}|}=\frac{|(0,\ 3,\ -3)|}{|(-2,\ 1,\ 1)|}=\sqrt{3}$

B.1)



$V=\pi\cdot r^2\cdot h=125 \quad ; \quad h=\frac{125}{\pi r^2}$

$S(r)=\pi r^2+2\pi r\cdot h=\pi r^2+\frac{250}{r} \quad ; \quad S'=2\pi r-\frac{250}{r^2}$

$S'=0 \ ; \ r=\sqrt[3]{\frac{125}{\pi}}\approx 3{,}41$. Se comprueba fácilmente que para ese valor de *r* la función alcanza un mínimo en (0 , +∞). En ese caso se halla *h = 3,41*.

B.2)

$$\boxed{\begin{array}{c} u=\ln(x+1) \quad ; \quad du=\dfrac{1}{x+1}dx \\ dv=x \quad ; \quad v=\dfrac{x^2}{2} \end{array}}$$

racional

$$\int x\cdot ln(x+1)dx = \ln(x+1)\frac{x^2}{2}-\frac{1}{2}\int \frac{x^2}{x+1}dx = \ln(x+1)\frac{x^2}{2}-\frac{1}{2}\int (x-1+\frac{1}{x+1})dx=$$

$$=\ln(x+1)\frac{x^2}{2}-\frac{1}{2}\left(\frac{x^2}{2}-x+\ln(x+1)\right)+K$$

$$(0\,,\,1) \rightarrow K=-\ln(2)\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}-1+\ln(2)\right) \rightarrow K=\frac{-1}{4}$$

B.3) $X=A^{-1}(A^2-B)$; $A^2=\begin{pmatrix}1&0&1\\0&1&1\\0&0&1\end{pmatrix}$; $A^{-1}=\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&-1\\0&0&1\end{pmatrix}$; $X=\begin{pmatrix}-1&2&1\\-1&3&2\\1&-2&-2\end{pmatrix}$

B.4.a) Haz de planos que contienen a r: *(x + 2y – z - 3) +k(2x – y + z – 1) = 0*

Se sustituye el punto O(0, 0, 0) y se obtiene k = -3. Por tanto el plano pedido es -5x + 5y - 4z = 0

B.4.b) Vector director de r: $\vec{v}=\begin{vmatrix}1&2&-1\\2&-1&1\\i&j&k\end{vmatrix}=(1,\ -3,\ -5)$

Plano: x – 3y -5z + D = 0 ; Se sustituye (1, 1, 0) y se obtiene D = 2. El plano es: x – 3y -5z + 2 = 0.

Ecuaciones paramétricas: $\begin{cases} x=-2+3\lambda+5\mu \\ y=\lambda \\ z=\mu \end{cases}$