A.1.a) $A=\begin{pmatrix}1 & a\\0 & 1\end{pmatrix}$ $A^2=\begin{pmatrix}1 & 2a\\0 & 1\end{pmatrix}$ $A^3=\begin{pmatrix}1 & 3a\\0 & 1\end{pmatrix}$ **....** $A^{2014}=\begin{pmatrix}1 & 2014a\\0 & 1\end{pmatrix}$

A.1.b) $A^3\cdot X-4B=0$ → $X=(A^3)^{-1}\cdot 4B$

$(A^3)^{-1}=\begin{pmatrix}1 & -6\\0 & 1\end{pmatrix}$; $X=\begin{pmatrix}-16 & 0\\3 & 0\end{pmatrix}$

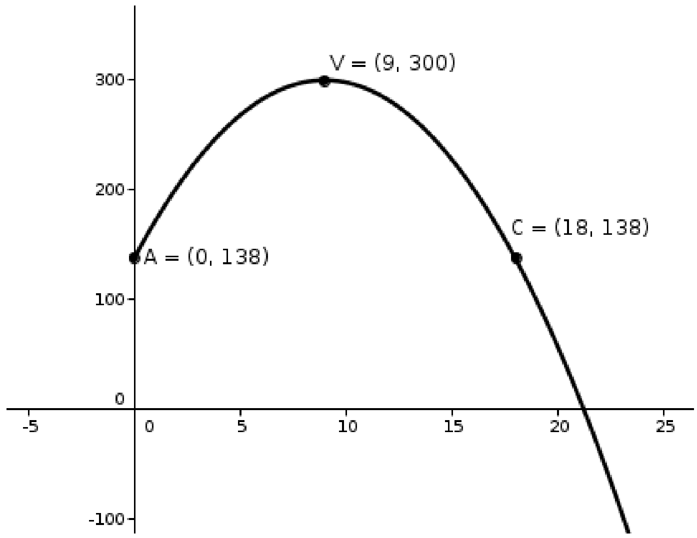
A.2.a) $f(x)=-2x^2+36x+138$ La función es una parábola con el coeficiente a = -2, negativo , por lo que el vértice es el máximo: $v_1=\dfrac{-b}{2a}=\dfrac{-36}{-4}=9$; $v_2=f(v_1)=300$. Por tanto, el beneficio máximo se alcanza con una inversión en el proyecto de 9.000 €, obteniéndose un beneficio de 300.000 €.

A.2.b) $f'(x)=-4x+36$; $f'(7)=8$ Como el signo es positivo, los beneficios son crecientes invirtiendo 7000€.

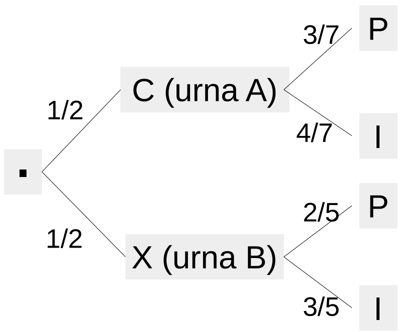
A.2.c) Empezamos por la segunda parte, y así usamos los resultados para dibujar la función:

$f(x)=138$; $-2x^2+36x+138=138$; $\begin{cases}x=0\\x=18\end{cases}$. Los beneficios son de 138.000 € si no se invierte nada, o si se invierten 18.000 €.

Con estos valores y el vértice, que se ha calculado en el apartado a) se puede dibujar la gráfica:



A.3)



a) $p(A\cap P)=\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{7}=\frac{3}{14}$

b) $p(P)=p(A\cap P)+p(B\cap P)=\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{7}+\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{5}=\frac{29}{70}$

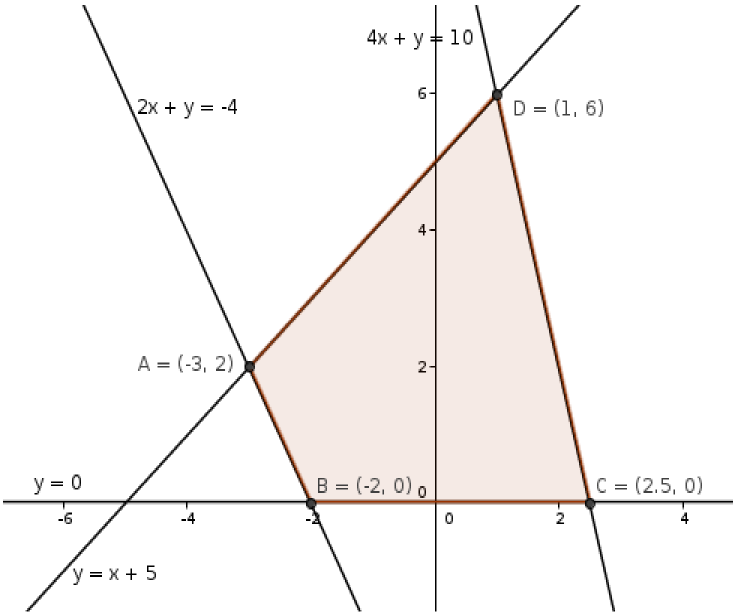
c) $p(A/P)=\frac{p(A\cap P)}{p(P)}=\frac{\frac{3}{14}}{\frac{29}{70}}=\frac{15}{29}$

A.4.a) $p(z\leq z_{\alpha/2})=\frac{1+0{,}988}{2}=0{,}994$; $z_{\alpha/2}=2{,}51$

Intervalo de confianza para la media: $\left(\bar{x}-z_{\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\ ,\ \bar{x}+z_{\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)=(21{,}86\ ;\ 24{,}14)$

A.4.b) $E=z_{\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$; $n=\left(z_{\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{E}\right)^2=157{,}77$; La muestra debe ser de al menos 158 libros.

B.1.a)



B.1.b) f(A) = -2 f(B) = -2 f(C) = 2,5 f(D) = 4.

Por tanto el mínimo de *f* se alcanza en cualquier punto del segmento comprendido entre *A(-3 , 2)* y *B(-2 , 0)* , con un valor de *-2*. El máximo se alcanza en *D(1 , 6)* , con un valor de *4*.

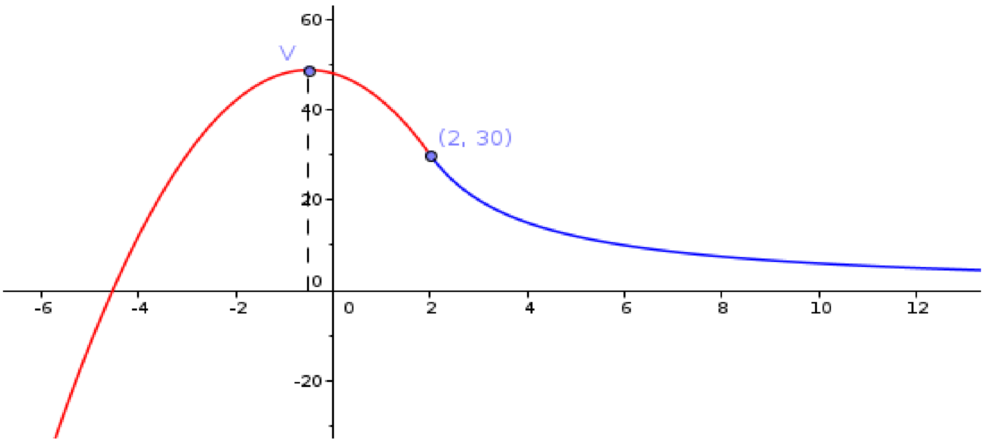
B.2.a) El primer trozo de función es polinómica, por lo que es continua y derivable en su dominio: x < 2. El segundo trozo es una racional, que tendría una discontinuidad en x = 0, pero está fuera de su dominio: x > 2. Hay que estudiar el punto x = 2.

Continuidad: $f(2)=\lim_{x\to 2^-} f(x)=-6b+a$ Para que la función sea continua, debe ser *-6b + a = 30*.

$\lim_{x\to 2^+} f(x)=30$

Derivabilidad: $f'(x)=\begin{cases} -2bx-b \ , & si \quad x<2 \\ \dfrac{-60}{x^2} \ , & si \quad x>2 \end{cases}$ $f'(2^-)=-5b$ $f'(2^+)=-15$ Para que la función sea derivable, debe ser *-5b = -15*. Por tanto *b = 3* , y *a = 48*.

B.2.b) $f(x)=\begin{cases} -3x^2-3x+48 \ , & si \quad x\le 2 \\ \dfrac{60}{x} \ , & si \quad x>2 \end{cases}$ Tenemos un parábola invertida y una hipérbola con los ejes en *x = 0* e *y = 0* que ocupa el primer y tercer cuadrante. Calculando el vértice de la parábola y usando lo estudiado en el apartado anterior podemos dibujar la función completa y estudiar lo que se nos pide. Vértice de la parábola: $v_1=\dfrac{3}{-6}=\dfrac{-1}{2}$.



La función es creciente en *(-∞ , -1/2)* y decreciente en *(-1/2 , +∞)*. El único extremo el el vértice de la parábola, máximo absoluto, *V(-1/2 , 195/4)*.

B.3)

	C	C'	
O	2/15	3/10	13/30
O'	4/15	3/10	17/30
	2/5	3/5	1

Explicación de la tabla:

Fila 3: Sale del enunciado del problema.

Fila 1: 2/15 = "La tercera parte de 2/5". 3/10 = "La mitad de 3/5".

Fila 2: 4/15 = 2/5 – 2/15. 3/10 = 3/5 – 3/10.

B.3.a) P(O) = 13/30

B.3.b) P(C ∪ O) = P(C) + P(O) – P(C ∩ O) = 2/5 + 13/30 – 2/15 = 7/10

B.4.a) Contraste de hipótesis bilateral sobre la proporción.

$H_0: p=0,7$ El 70% de los jóvenes... ; $H_1: \neq 0,7$

$P[Z \leq z_{\alpha/2}] = \frac{1+p}{2} = \frac{1+0,99}{2} = 0,97$ → $z_{\alpha/2} = 2,576$; $\overline{p} = \frac{340}{500} = 0,68$

Intervalo de confianza para la proporción: $\left(\overline{p} - z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\overline{p}(1-\overline{p})}{n}}, \overline{p} + z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\overline{p}(1-\overline{p})}{n}}\right) = (0,6472; 0,7528)$

La proporción observada en la muestra es de 0,68 , que cae dentro del intervalo de aceptación, por lo que se acepta la hipótesis de que el 70% de los jóvenes usan las redes para informarse, con un nivel de confianza del 99%.