SOLUCIONES
Prueba de Acceso a la Universidad. Universidades de Andalucía
Examen Junio Reserva B. Año 2013

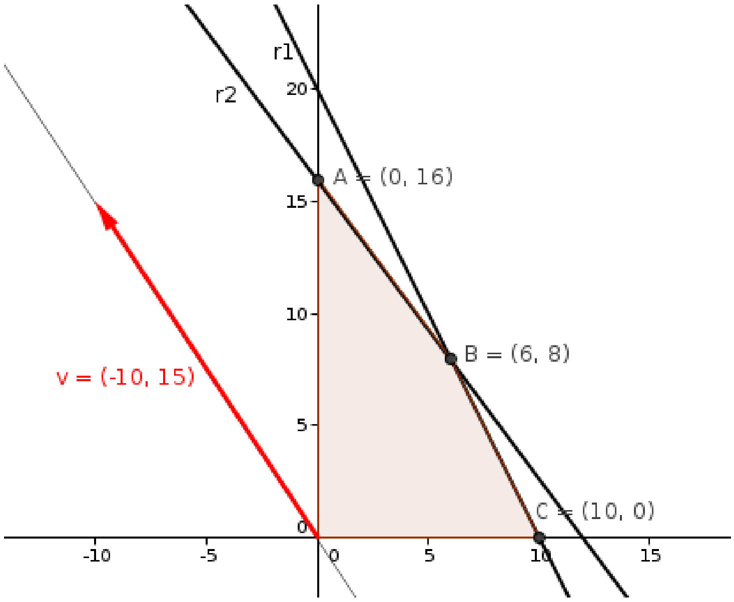
Matemáticas aplicadas a las CCSS II

Paco Muñoz. IES Virgen de la Cabeza – Marmolejo (Jaén)

A.1.a) oro: $4x+3y\leq 48$
plata: $2x+y\leq 20$
$x\geq 0 \quad ; \quad y\geq 0$
Ingresos: $I(x,y)=150x+100y$

F(A) = 1600
F(B) = 1700
F(C) = 1500

Debería vender 6 del primer tipo y 8 del segundo. Así obtendría unos ingresos de 1700 €



A.2.a) $f(4)=\lim\limits_{x\to 4^-} f(x)=3$ Esto asegura la continuidad de la función en *x* = *4*.
$\lim\limits_{x\to 4^+} f(x)=3$

Veamos la derivabilidad:

$f'(x)=\begin{cases}-2x+6 & , si \quad 2\leq x<4\\ -2 & , si \quad 4<x\leq 5\end{cases}$ $\quad f'(4^-)=-2$, $f'(4^+)=-2$ También es derivable en *x* = *4*.

A.2.b) La primera rama de la función es una parábola. Para representarla basta con calcular el vértice y el valor de la función en 2 y en 4:

$f(2)=3 \quad ; \quad f(4)=3$

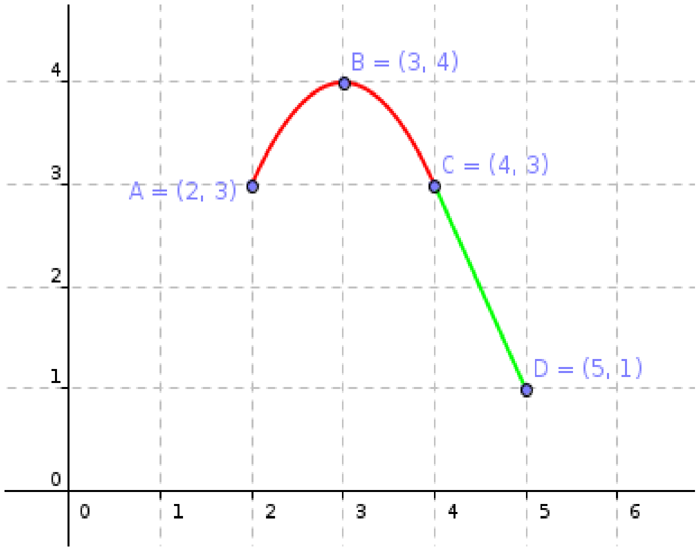
$v_1=\frac{-6}{-2}=3$

$v_2=f(3)=4$

La segunda rama es una recta. Para representarla basta con calcular f(4) y f(5):

$f(4)=3 \quad ; \quad f(5)=1$

El máximo absoluto se alcanza en *x = 3* y su valor es *4*. El mínimo absoluto se alcanza en *x* = *5* y su valor es *1*.
((2 , 3) sería mínimo relativo)



A.3.a) p(A' ∩ B') = 0,27 = p((A ∪ B)') → p(A ∪ B) = 0,73
p(A ∩ B) = 0,68 + 0,2 – 0,73 = 0,15

A.3.b) p(B – A) = p(B ∩ A') = p(B) – p(A ∩ B) = 0,2 – 0,15 = 0,05

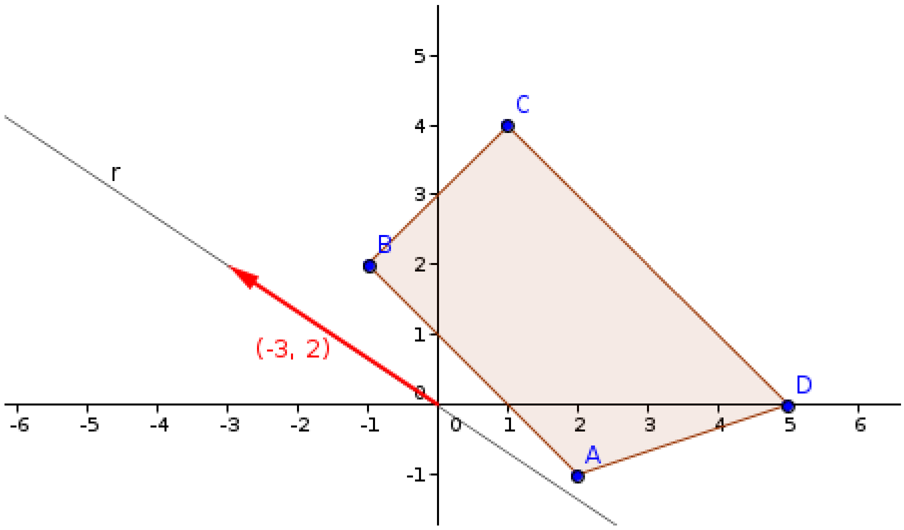
A.3.c) p(B/A') = p(B ∩ A') / p(A') = 0,05 / 0,32 = 0,16

A.4.a) $P[Z \leq z_{\alpha/2}] = \frac{1+p}{2} = \frac{1+0{,}985}{2} = 0{,}9925 \rightarrow z_{\alpha/2} = 2{,}43 \quad ; \quad \overline{p} = \frac{240}{400} = 0{,}6$

Intervalo de confianza para la proporción: $\left(\overline{p} - z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\overline{p}(1-\overline{p})}{n}}\,,\ \overline{p} + z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\overline{p}(1-\overline{p})}{n}}\right) = (0{,}54\,;\ 0{,}66)$

A.4.b) En la fórmula anterior para el intervalo de confianza, el tamaño de la muestra, *n*, aparece en el denominador. Por tanto, al aumentar éste, la amplitud del intervalo disminuye, y viceversa. Esto es lógico, al aumentar el tamaño de la muestra, la predicción sobre la proporción en la población será más segura.

B.1.a) Se dibuja la región de validez, y la recta de la función objetivo, para calcular sobre el gráfico el punto donde se alcanza el máximo:

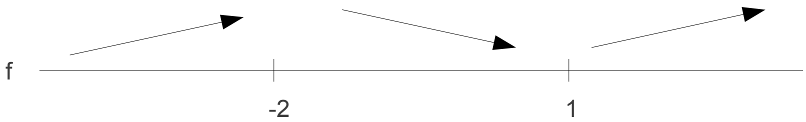


El punto en el que alcanza el máximo es el C. Por tanto, f(C) = 19. Despejando se obtiene $k = 5$.
El máximo se alcanza en C, y el mínimo en A.

B.1.b) $X=\frac{1}{2}(C-B\cdot A)$ $\quad B\cdot A=\begin{pmatrix} 2 & -4 & 6 \\ -1 & 2 & -3 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}$; $C-B\cdot A=\begin{pmatrix} 0 & 4 & -7 \\ 2 & -1 & 2 \\ 0 & 5 & -1 \end{pmatrix}$

$$X=\begin{pmatrix} 0 & 2 & \frac{-7}{2} \\ 1 & \frac{-1}{2} & 1 \\ 0 & \frac{5}{2} & \frac{-1}{2} \end{pmatrix}$$

B.2.a) $f'(x)=x^2+x-2$; $f'(x)=0$; $x=1$; $x=-2$



Máximo relativo: (-2 , 19/3) . Mínimo relativo: (1 , 11/6).

B.2.b) $r: \quad y=g'(x_0)(x-x_0)+g(x_0)$

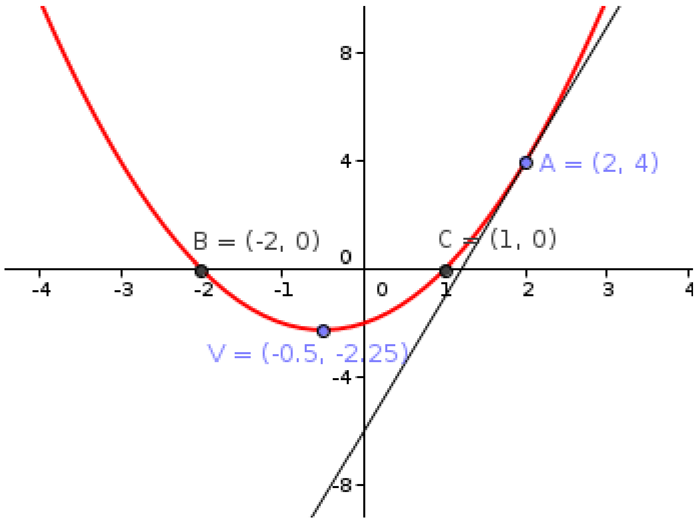
$g'(x)=2\mathrm{x}+1$

$g'(2)=5$; $g(2)=4$

$r: \quad y=5(x-2)+4$; $y=5\mathrm{x}-6$

B.2.c) La curva a representar es una parábola. Por el apartado a) ya sabemos que en $x = -2$ y en $x = 1$ su valor es 0. Falta calcular el vértice:

$v_1=\frac{-1}{2}$; $v_2=g(v_1)=\frac{-9}{4}$



B.3.a) $p(H)=0{,}60 \quad ; \quad p(P)=0{,}50 \quad ; \quad p(H\cap P)=0{,}20$

$p(H'\cap P')=p((H\cup P)')=1-p(H\cup P)=1-p(H)-p(P)+p(H\cap P)=1-0{,}6-0{,}5+0{,}2=0{,}1$

B.3.b) $p(H/P')=\dfrac{p(H\cap P')}{p(P')}=\dfrac{p(H)-p(H\cap P)}{p(P')}=\dfrac{0{,}6-0{,}2}{0{,}5}=0{,}6$

B.4.a) $\dfrac{n_1}{N_1}=\dfrac{n_2}{N_2}=\dfrac{n_3}{N_3} \quad \rightarrow \quad \dfrac{n_1}{1000}=\dfrac{n_2}{3500}=\dfrac{15}{1500}$

$n_1=10 \quad ; \quad n_2=35 \quad ; \quad n=60$

B.4.b) Todas las muestras de tamaño 2: $\{\{1,4\}\,,\,\{1,7\}\,,\,\{4,7\}\}$.

Medias muestrales: {2,5 ; 4 ; 5,5}

Media de las medias muestrales: $\bar{x}=\dfrac{\sum x_i}{N}=\dfrac{2{,}5+4+5{,}5}{3}=4$

Varianza: $\sigma^2=\dfrac{\sum x_i^2}{N}-\bar{x}^2=\dfrac{2{,}5^2+4^2+5{,}5^2}{3}-4^2=1{,}5$