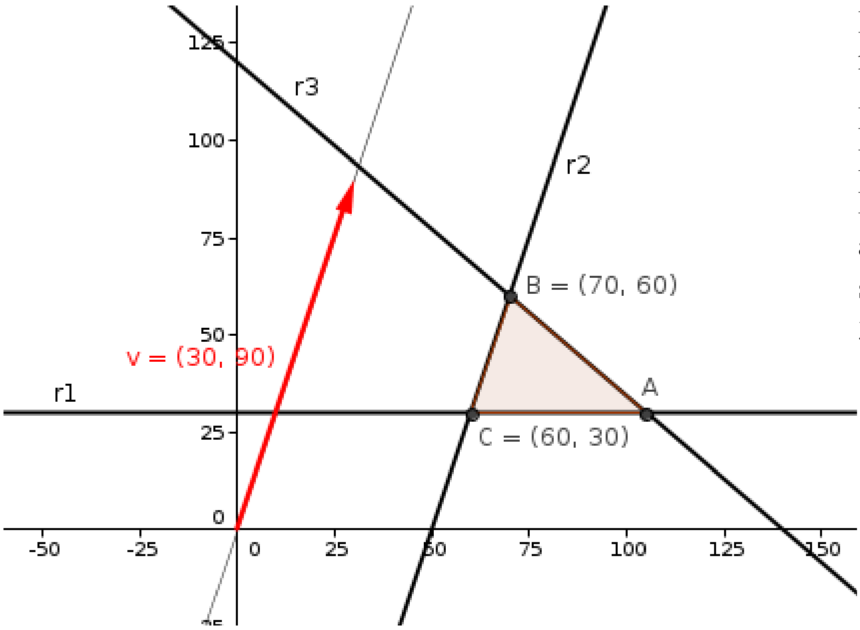
A.1.a) $x: \text{número de coches} \quad ; \quad y: \text{número de motos}$

$$y \geq \frac{x}{4}$$
$$y \leq 2x$$
$$y + 2x \leq 100$$
$$x \geq 0 \quad ; \quad y \geq 0$$

Función a maximizar: $F(x, y) = x + y$

A.1.b)



Los puntos candidatos al mínimo son B y C.

F(B) = 300

F(C) = 300

Por tanto, el valor mínimo se alcanza en cualquier punto del segmento $\overline{BC}$, con un valor de 300.

A.2.a) Los tres trozos que componen la función son funciones continuas y derivables, pues son una función exponencial, una constante y una polinómica. Por tanto, para empezar, la función es continua y derivable en $\mathbb{R} - \{0, 3\}$. En estos puntos hay que hacer un estudio aparte.

$$f'(x) = \begin{cases} e^x, & si \quad x < 0 \\ 0, & si \quad 0 < x < 3 \\ -2x + 6, & si\, x > 3 \end{cases}$$

$x = 0$

$f(0) = \lim_{x \to 0^-} f(x) = e^0 = 1$

$\lim_{x \to 0^+} f(x) = 1$

$f'(0^-) = 1$

$f'(0^+) = 0$ Por tanto f es continua en 0, pero no es derivable.

$x = 3$

$f(3) = \lim_{x \to 3^-} f(x) = = 1$

$\lim_{x \to 3^+} f(x) = 11$

Por tanto f no es continua en 3 (salto finito). Al no ser continua, tampoco es derivable.

A.3)

	G	M	P	
D	2	1,05	0,5	3,55
D'	38	33,95	24,5	96,45
	40	35	25	100

a) $p(D)=3,55=0,0355\approx 0,04$

b) $p(G/D)=\dfrac{2}{3,55}=0,56$

A.4.a) Contraste de hipótesis unilateral sobre la media.

H_0: $\mu\leq 25$ El director tiene razón; H_1: $\mu>25$

$p(z<z_\alpha)=0,95$; $z_\alpha=1,645$

Región crítica: $\left(-\infty,\mu+z_\alpha\cdot\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)=(-\infty;25,55)$ El resultado obtenido en la muestra se sale de la región de aceptación. Con una seguridad del 95%, el director no puede hacer la afirmación.

B.1.a) $A^2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$; Tenemos que $A^2=I$. Por tanto $A^3=A\cdot A^2=A$
$A^4=A^2\cdot A^2=I$ ..... $A^{2013}=A$, ya que 2013 es impar

B.1.b) $X=A^{-1}(5B^t-A^2-I)=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}3 & 15\\ 10 & 3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}10 & 3\\ 3 & 15\end{pmatrix}$

B.2.a) El primer trozo es continuo y derivable en su dominio (-∞ , 1]. El segundo trozo también lo es pues una polinómica. Por tanto, para empezar, la función es continua y derivable en ℝ – {1}. En este punto hay que hacer un estudio aparte.

$x=1$
$f(1)=\lim_{x\to 1^-} f(x)=1$ Por tanto la función es continua en 1, o sea, es continua en ℝ.
$\lim_{x\to 1^+} f(x)=1$

$$f'(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{(2-x)^2}, & si\ \ x<1\\ 2x-6, & si\ x>1\end{cases}$$

$f'(1^-)=1$
$f'(0^+)=-4$

Por tanto la función no es derivable en x = 1.

B.2.b)

$x=0$

$f(0)=\dfrac{1}{2}$

$f'(0)=\dfrac{1}{4}$

$t: y=\dfrac{1}{4}x+\dfrac{1}{2}$

B.3) A: "Menor de 40"; B: "Entre 40 y 60"; C: "Mayor de 60"

	A	B	C	
R	15	14	4	33
R'	30	28	14	72
	45	42	18	105

a) $p(A \cap R') = \frac{30}{105} = 0{,}29$

b) $p(R') = \frac{72}{105} = 0{,}69$. La afirmación es incorrecta

c) $p(C/R) = \frac{4}{33} = 0{,}12$

B.4.a) $P[Z \le z_{\alpha/2}] = \frac{1+p}{2} = \frac{1+0{,}90}{2} = 0{,}95 \rightarrow z_{\alpha/2} = 1{,}645$; $\overline{p} = \frac{160}{400} = 0{,}40$

Intervalo de confianza para la proporción: $\left(\overline{p} - z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\overline{p}(1-\overline{p})}{n}}, \overline{p} + z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\overline{p}(1-\overline{p})}{n}}\right) = (0{,}36 ; 0{,}44)$

B.4.b) $E = z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\overline{p}(1-\overline{p})}{n}}$; $n = \left(\frac{z_{\alpha/2}}{E}\right)^2 \cdot \overline{p}(1-\overline{p}) = 64{,}93$; La muestra debe ser de al menos 65 habitantes