Ejercicios de Funciones, límites y continuidad.

1. Estudia el dominio de las siguientes funciones

1. $f(x)=2x^5-6x^3+8x^2-5$ $D=\mathbb{R}$

2. $f(x)=\dfrac{2x^2-3}{5}$ $D=\mathbb{R}$

3. $f(x)=\dfrac{2x^2-3}{x+2}$ $x+2=0;$ $D=\mathbb{R}-\{-2\}$

4. $f(x)=\dfrac{2x^2-3}{x^2+1}$ $x^2+1=0;$ $D=\mathbb{R}$

5. $f(x)=\dfrac{2x^2-3}{x^2+2x+1}$ $x^2+2x+1=0$ $(x+1)^2=0$ $D=\mathbb{R}-\{-1\}$

6. $f(x)=\dfrac{2x^2-3}{x^3+3x^2+3x+1}$

   $x^3+3x^2+3x+1=0$ $(x+1)^3=0$ $D=\mathbb{R}-\{-1\}$

7. $f(x)=\sqrt{x-2}$ $x-2\ge 0$ $D=[2,\infty)$

8. $f(x)=\sqrt{-x+2}$ $-x+2\ge 0$ $D=(-\infty,2]$

9. $f(x)=\sqrt{x^2-6x+8}$ $x^2-6x+8\ge 0$ $D=(-\infty,2]\cup[4,\infty)$

10. $f(x)=\sqrt{-x^2+6x-8}$ $-x^2+6x-8\ge 0$ $D=[2,4]$

11. $f(x)=\sqrt{x^2+4x+4}$ $(x+2)^2\ge 0$ $D=\mathbb{R}$

12. $f(x)=\sqrt{x^2+x+4}$ $x^2+x+4\ge 0$ $D=\mathbb{R}$

13. $f(x)=\sqrt{-x^2-4x-4}$ $-(x+2)^2\ge 0$ $D=-2$

14. $f(x)=\sqrt{x^3-4x^2+3x}$ $x(x^2-4x+3)\ge 0$ $x(x-1)(x-3)\ge 0$

    $D=[0,1]\cup[3,\infty)$

15. $f(x)=\dfrac{x-5}{\sqrt{x-2}}$ $x-2>0$ $D=(2,\infty)$

16. $f(x)=\dfrac{\sqrt{x-2}}{x-5}$

    $$\begin{cases} x-5\neq 0 & D=\mathbb{R}-\{5\} \\ x-2\ge 0 & D=[2,\infty) \end{cases} \qquad D=[2,5)\cup(5,\infty)$$

17. $f(x)=\sqrt[3]{\dfrac{3x+2}{x+1}}$ $D=\mathbb{R}-\{-1\}$

18. $f(x)=e^{2x-3}$ $D=\mathbb{R}$

19. $f(x)=e^{\frac{2x-3}{x}}$ $D=\mathbb{R}-\{0\}$

20. $f(x)=\ln(x-2)$ $x-2>0$ $D=(2,\infty)$

21. $f(x)=\ln\frac{x}{x^2+1}$ $\frac{x}{x^2+1}>0$ $x>0$ $D=(0,\infty)$

22. $f(x)=\frac{2x^2-3}{(x^2-9)(x^2-4)}$

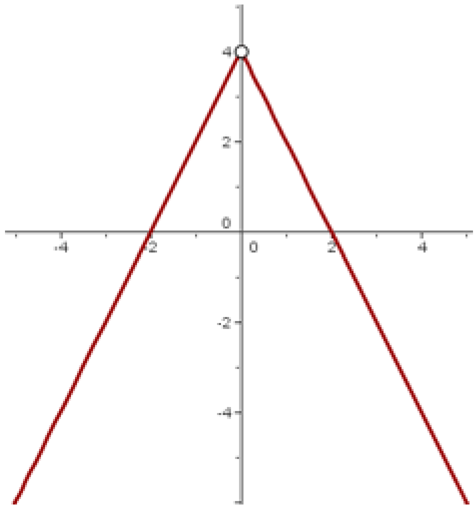
$(x^2-9)(x^2-4)=0;$ $D=\mathbb{R}-\{-3,-2,2,3\}$

23. $f(x)=\begin{cases}\frac{x}{x+4} & \text{si } x<0\\ \sqrt{\frac{3}{x-3}} & \text{si } x>0\end{cases}$

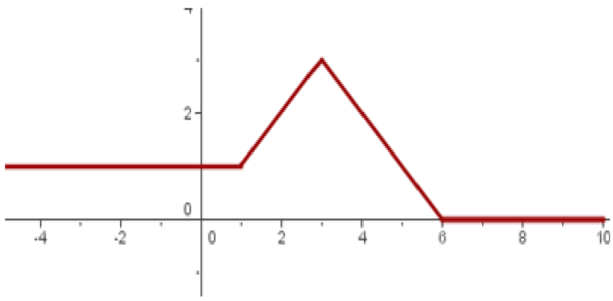
$\begin{cases}x+4\neq 0\\ x-3>0\end{cases}$ $D=(-\infty,-4)\cup(-4,0)\cup(3,\infty)$

2. Representa las funciones definidas a trozos:

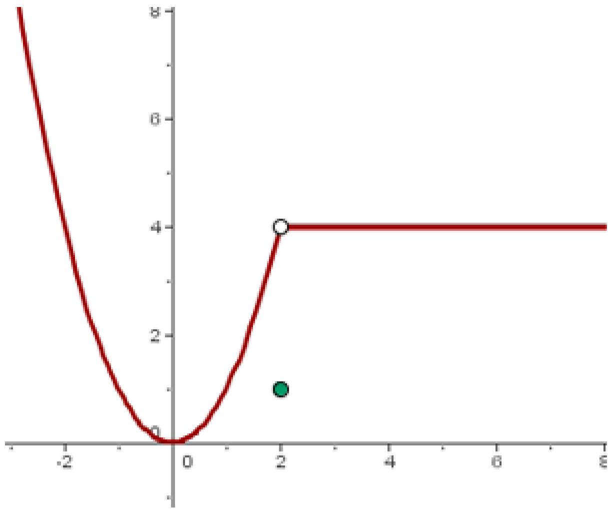
1. $f(x)=\begin{cases}2x+4 & \text{si} & x>0\\ 4-2x & \text{si} & x<0\end{cases}$



2. $f(x)=\begin{cases}1 & si & x\le 1\\ x & si & 1<x\le 3\\ -x+6 & si & 3<x\le 6\\ 0 & si & 6<x\end{cases}$



3. $f(x)=\begin{cases} x^2 & si \quad x<2 \\ 1 & si \quad x=2 \\ 4 & si \quad x>2 \end{cases}$

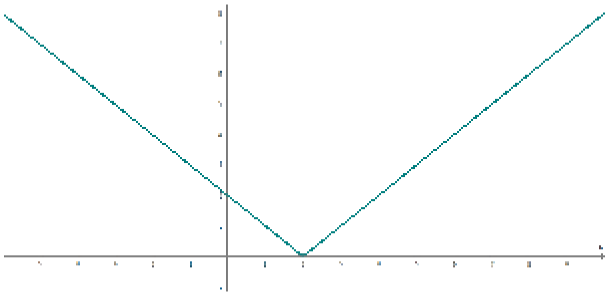


3. Representa las funciones valor absoluto:

1. f(x) = |x − 2|

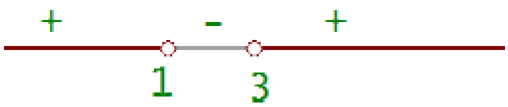
$x-2=0 \qquad x=2$

$$f(x)=\begin{cases} -(x-2) & \text{si} \quad x<2 \\ x-2 & \text{si} \quad x\geq 2 \end{cases}$$

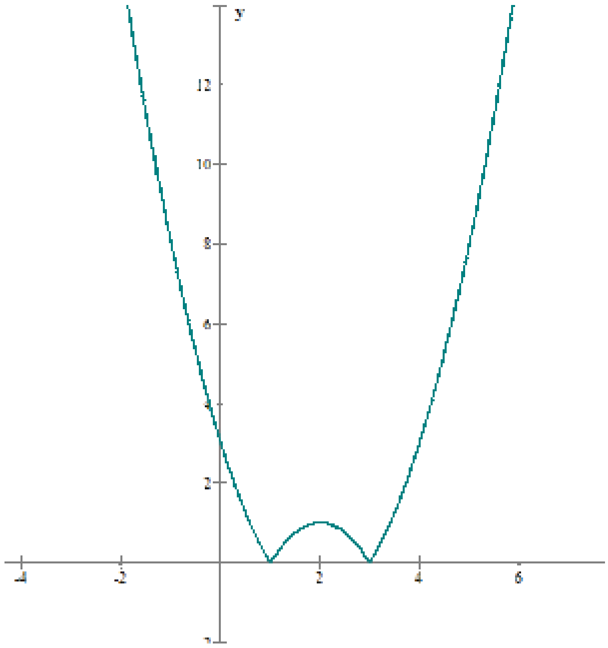


2. f(x) = |x² − 4x + 3|

$x^2-4x+3=0$; $x=1$; $x=3$



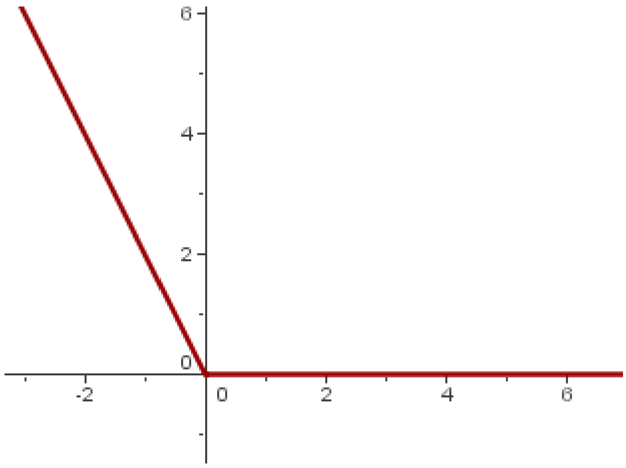
$$f(x)=\begin{cases} x^2-4x+3 & \text{si} \quad x<1 \\ -(x^2-4x+3) & \text{si} \quad 1\leq x<3 \\ x^2-4x+3 & \text{si} \quad x\geq 3 \end{cases}$$



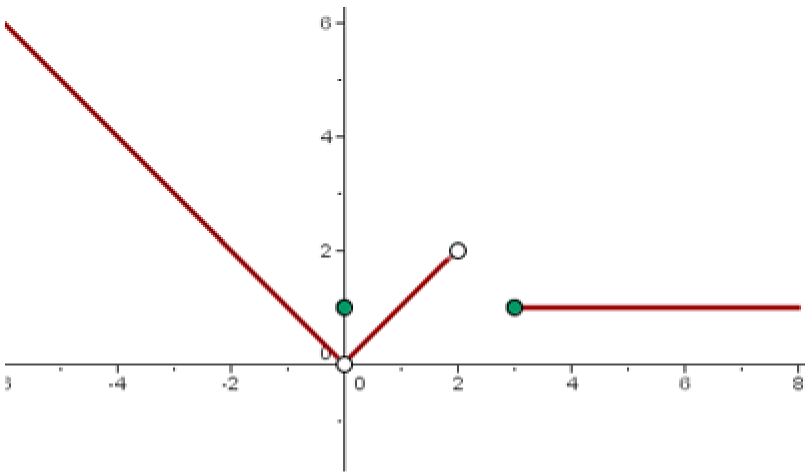
3. $f(x) = |x| - x$

$x = 0$

$$f(x) = \begin{cases} -x - x & \text{si} \quad x < 0 \\ x - x & \text{si} \quad x \geq 0 \end{cases} \qquad f(x) = \begin{cases} -2x & \text{si} \quad x < 0 \\ 0 & \text{si} \quad x \geq 0 \end{cases}$$



4. Encuentra la expresión analítica de la función



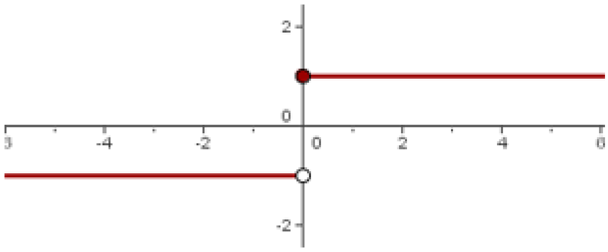
$$f(x)=\begin{cases}-x & si & x<0\\ 1 & si & x=0\\ x & si & 0<x<2\\ 1 & si & x\geq 3\end{cases}$$

5. Representa la función valor absoluto:

f(x) = |x| / x

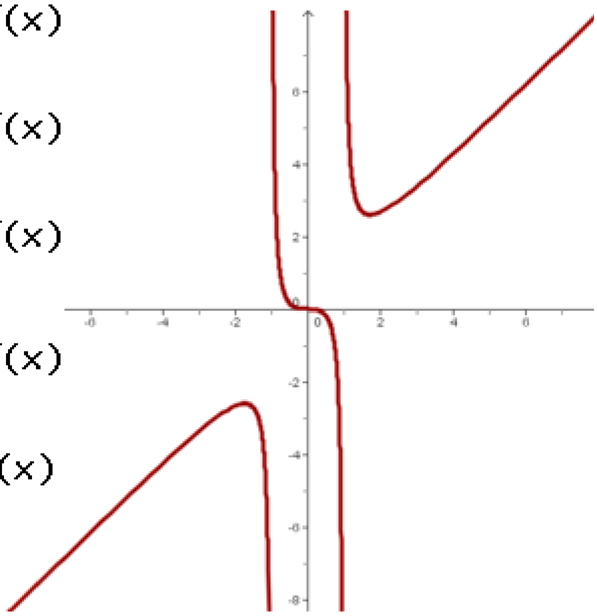
x = 0

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{-x}{x} & \text{si} & x<0\\ \dfrac{x}{x} & \text{si} & x\geq 0\end{cases} \qquad f(x)=\begin{cases}-1 & \text{si} & x<0\\ 1 & \text{si} & x\geq 0\end{cases}$$



6. Observa la gráfica de esta función f(x) y calcular estos límites.

1. $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$
2. $\lim\limits_{x\to-1} f(x)$
3. $\lim\limits_{x\to1^-} f(x)$
4. $\lim\limits_{x\to1^+} f(x)$
5. $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)$



1. $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$

2. $\lim\limits_{x\to-1} f(x)=\begin{cases}\lim\limits_{x\to-1^-} f(x)=-\infty\\ \lim\limits_{x\to-1^+} f(x)=\infty\end{cases}$

3. $\lim\limits_{x\to1^-} f(x)=-\infty$

4. $\lim\limits_{x\to1^+} f(x)=\infty$

5. $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=\infty$

7. Calcular el límite de: $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2+3x}-\sqrt{x^2+x}\right)$

$$\lim_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2+3x}-\sqrt{x^2+x}\right)=\infty-\infty$$

$$\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{(-x)^2+3(-x)}-\sqrt{(-x)^2+(-x)}\right)=$$

$$=\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2-3x)}-\sqrt{x^2-x)}\right)=$$

$$=\lim_{x\to\infty}\frac{\left(\sqrt{x^2-3x}-\sqrt{x^2-x}\right)\cdot\left(\sqrt{x^2+3x}+\sqrt{x^2-x}\right)}{\left(\sqrt{x^2-3x}+\sqrt{x^2-x}\right)}=$$

$$=\lim_{x\to\infty}\frac{x^2-3x-x^2+x}{\left(\sqrt{x^2-3x}+\sqrt{x^2-x}\right)}=\lim_{x\to\infty}\frac{-2x}{\left(\sqrt{x^2-3x}+\sqrt{x^2-x}\right)}=\frac{\infty}{\infty}=-1$$

8. Calcular el límite de: $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x^2}{x-1}-\frac{x^2+1}{x-2}\right)$

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x^2}{x-1}-\frac{x^2+1}{x-2}\right)=\infty-\infty$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{x^3-2x^2-x^3-x+x^2+1}{x^2-3x+2}=\lim_{x\to\infty}\frac{-x^2-x-+1}{x^2-3x+2}=-1$$

9. Calcular el límite de: $\lim_{x\to\infty}\frac{7x-1}{\sqrt[3]{5x^3+4x-2}}$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{7x-1}{\sqrt[3]{5x^3+4x-2}}=\frac{\infty}{\infty}=\frac{5}{\sqrt[3]{5}}$$

10. Calcular el límite de: $\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{4x^4+x^2+1}}{x^2+1}$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{4x^4+x^2+1}}{x^2+1}=\frac{\infty}{\infty}\qquad\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{4x^4+x^2+1}}{x^2+1}=\frac{\sqrt{4}}{1}=2$$

11. Calcular el límite de: $\lim_{x\to\infty}\frac{(x^2+1)^2-3x^2+3}{x^3-5}$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{(x^2+1)^2-3x^2+3}{x^3-5}=\frac{\infty}{\infty}\qquad\lim_{x\to\infty}\frac{(x^2+1)^2-3x^2+3}{x^3-5}=\infty$$

12. Calcular el límite de: $\lim_{x\to0}\frac{2}{3+4^{\frac{1}{x}}}$

$$\lim_{x\to0}\frac{2}{3+4^{\frac{1}{0}}}$$

Calculamos los línimites laterales

$$\lim_{x\to 0^-}\frac{2}{3+4^{\frac{1}{0}}}=\frac{2}{3+4^{-\infty}}=\frac{2}{3+0}=\frac{2}{3} \qquad \lim_{x\to 0^+}\frac{2}{3+4^{\frac{1}{0}}}=\frac{2}{3+4^{\infty}}=\frac{2}{\infty}=0$$

13. Calcular el límite de: $\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{18x^2+1}\,\frac{1}{\sqrt{32x^2-3}}\right)$

$$\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{18x^2+1}\,\frac{1}{\sqrt{32x^2-3}}\right)=\infty\cdot 0 \quad \sqrt{\frac{18}{32}}=\sqrt{\frac{9}{16}}=\frac{3}{4}$$

14. Calcular el límite de: $\lim_{x\to 0}\frac{(1+x)^2-1}{x}$

$$\lim_{x\to 0}\frac{(1+x)^2-1}{x}=\frac{0}{0} \qquad \lim_{x\to 0}\frac{x^2+2x}{x}=\lim_{x\to 0}\frac{x(x+2)}{x}=\lim_{x\to 0}(x+2)=2$$

15. Calcular el límite de: $\lim_{x\to 3}\frac{x^2-9}{x^2-5x+6}$

$$\lim_{x\to 3}\frac{x^2-9}{x^2-5x+6}=\frac{0}{0} \qquad \lim_{x\to 3}\frac{(x+3)(x-3)}{(x-2)(x-3)}=\lim_{x\to 3}\frac{(x+3)}{(x-2)}=6$$

16. Calcular el límite de: $\lim_{x\to 3}\frac{\sqrt{x+1}-2}{x-3}$

$$\lim_{x\to 3}\frac{\sqrt{x+1}-2}{x-3}=\frac{0}{0} \qquad \lim_{x\to 3}\frac{(\sqrt{x+1}-2)(\sqrt{x+1}+2)}{(x-3)(\sqrt{x+1}+2)}=$$

$$=\lim_{x\to 3}\frac{x-3}{(x-3)(\sqrt{x+1}+2)}=\lim_{x\to 3}\frac{1}{(\sqrt{x+1}+2)}=\frac{1}{4}$$

17. Calcular:

1. $\lim_{x\to -\infty}\left(\frac{2n^2}{3n+1}\right)^{\frac{3n^2+2}{5n-3}}$ $\qquad \lim_{x\to\infty}\left(\frac{2n^2}{3n+1}\right)^{\frac{3n^2+2}{5n-3}}=\infty^{\infty}=\infty$

2. $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{2n^2}{3n+1}\right)^{\frac{-3n^2+2}{5n-3}}$ $\qquad \lim_{x\to\infty}\left(\frac{2n^2}{3n+1}\right)^{\frac{-3n^2+2}{5n-3}}=\infty^{-\infty}=\frac{1}{\infty^{\infty}}=\frac{1}{\infty}=0$

3. $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{2n^2}{3n+1}\right)^{\frac{-3n^2+2}{5n^2-3}}$ $\qquad \lim_{x\to\infty}\left(\frac{2n^2}{3n+1}\right)^{\frac{-3n^2+2}{5n^2-3}}=\infty^{-\frac{3}{5}}=\frac{1}{\sqrt[5]{\infty^3}}=\frac{1}{\infty}=0$

4. $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{2n^2}{3n^3+1}\right)^{\frac{3n^2+2}{5n-3}}$ $\qquad \lim_{x\to\infty}\left(\frac{2n^2}{3n^3+1}\right)^{\frac{3n^2+2}{5n-3}}=0^{\infty}=0$

5. $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{2n^2}{3n^3+1}\right)^{\frac{-3n^2+2}{5n-3}}$

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{2n^2}{3n^3+1}\right)^{\frac{-3n^2+2}{5n-3}}=0^{-\infty}=\frac{1}{0^{\infty}}=\frac{1}{0}=\infty$$

6. $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{2n^2}{3n^2+1}\right)^{\frac{-3n+2}{5n^2-3}}$

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{2n^2}{3n^2+1}\right)^{\frac{-3n+2}{5n^2-3}}=\left(\frac{2}{3}\right)^{0}=1$$

7. $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{2n^2}{3n^2+1}\right)^{\frac{-3n^2+2}{5n-3}}$

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{2n^2}{3n^2+1}\right)^{\frac{-3n^2+2}{5n-3}}=\left(\frac{2}{3}\right)^{-\infty}=\left(\frac{3}{2}\right)^{\infty}=\infty$$

8. $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{2n^2}{3n^2+1}\right)^{\frac{3n^2+2}{5n-3}}$

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{2n^2}{3n^2+1}\right)^{\frac{3n^2+2}{5n-3}}=\left(\frac{2}{3}\right)^{\infty}=0$$

18. Calcular el límite de: $\lim_{x\to3}\left(\frac{X-1}{x-3}-\frac{x+5}{x^2-4X+3}\right)$

$$\lim_{x\to3}\left(\frac{X-1}{x-3}-\frac{x+5}{x^2-4X+3}\right)=\frac{\infty}{\infty}$$

$$\lim_{x\to3}\frac{(x^2-2x+1)-(x+5)}{(x-3)(x-1)}=\lim_{x\to3}\frac{x^2-3x-4}{(x-3)(x-1)}=\frac{-4}{0}$$

Calculamos los límites laterales

$$\lim_{x\to3^-}\frac{x^2-3x-4}{(x-3)(x-1)}=-\infty \qquad \lim_{x\to3^+}\frac{x^2-3x-4}{(x-3)(x-1)}=\infty$$

19. Calcular el límite de: $\lim_{x\to0}\frac{\sqrt{x+9}-3}{\sqrt{x+16}-4}$

$$\lim_{x\to0}\frac{\sqrt{x+9}-3}{\sqrt{x+16}-4}=\frac{0}{0}$$

$$\lim_{x\to0}\frac{(\sqrt{x+9}-3)(\sqrt{x+9}+3)(\sqrt{x+16}+4)}{(\sqrt{x+16}-4)(\sqrt{x+16}+4)(\sqrt{x+9}+3)}=$$

$$=\lim_{x\to0}\frac{(x+9-9)(\sqrt{x+16}+4)}{(x+16-16)(\sqrt{x+9}+3)}=$$

$$=\lim_{x\to0}\frac{(\sqrt{x+16}+4)}{(\sqrt{x+9}+3)}=\frac{8}{6}=\frac{4}{3}$$

20. Estudiar la continuidad de las siguientes funciones:

1. $f(x)=\frac{5}{x^4-16}$

La función es continua en todos los puntos de su dominio: **D = R− {−2,2}**

La función tiene dos puntos de discontinuidad en x = −2 y x = 2.

2. $f(x)=\dfrac{x-7}{x^3-x^2-11x+3}$

La función es continua en toda R menos en los valores que se anula el denominador, si igualamos éste a cero y resolvemos la ecuación obtendremos los puntos de discontinuidad.

$$x^3-x^2-11x+3=0$$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & -1 & -11 & 3 \\ -3 & & -3 & 12 & -3 \\ \hline & 1 & -4 & 1 & 0 \end{array}$$

x = −3; y resolviendo la ecuación de 2º grado obtenemos también: x=2−√3 y x=2+√3

La función tiene tres puntos de discontinuidad en x=−3, x=2−√3 y x=2+√3

3. $f(x)=\begin{cases} x+1 & si\ x<2 \\ 2x-1 & si\ x\ge 2 \end{cases}$

$f(2)=3 \qquad \lim\limits_{x\to 2^-}(x+1)=3 \qquad \lim\limits_{x\to 2^+}(2x-1)=3$

La función es continua en toda $\mathbb{R}$

4. $f(x)=\begin{cases} x^2-1 & si\ x\le 0 \\ 2x-3 & si\ x>0 \end{cases}$

$f(0)=-1 \qquad \lim\limits_{x\to 0^-}(x^2-1)=-1 \qquad \lim\limits_{x\to 0^+}(2x-3)=-3$

La función es discontinua inevitable de salto 2 en x = 0 .

5. $f(x)=\begin{cases} \dfrac{1}{x} & si\ x<1 \\ \sqrt{x+1} & si\ x\ge 1 \end{cases}$

$f(1)=\sqrt{2} \qquad \lim\limits_{x\to 1^-}\left(\dfrac{1}{x}\right)=1 \qquad \lim\limits_{x\to 1^+}\sqrt{x+1}=\sqrt{2}$

En x = 1 hay una discontinuidad de salto finito.

6. $f(x)=\begin{cases} \dfrac{e^x}{e^x+1} & si\ x\le 0 \\ x^2+1 & si\ x>0 \end{cases}$

$f(0)=\dfrac{1}{2} \qquad \lim\limits_{x\to 0^-}\left(\dfrac{e^x}{e^x+1}\right)=\dfrac{1}{2} \qquad \lim\limits_{x\to 0^+}x^2+1=1$

La función es discontinua inevitable de salto 1/2 en x = 0.

21. Estudia, en el intervalo (0,3), la continuidad de la función:

$$f(x)=\begin{cases} x^2 & si \quad 0<x<1 \\ 0 & si \quad 1\le x<2 \\ x-1 & si \quad 2\le x<3 \end{cases}$$

Sólo hay duda de la continuidad de la función en los puntos x = 1 y x = 2, en los que cambia la forma de la función.

$f(1)=0 \qquad \lim_{x\to 1^-} x^2 = 1 \qquad \lim_{x\to 1^+} 0 = 0$

En x = 1 tiene una discontinuidad de salto 1.

$f(2)=1 \qquad \lim_{x\to 2^-} 0 = 0 \qquad \lim_{x\to 2^+} x-1 = 1$

En x = 2 tiene una discontinuidad de salto 1.

22. ¿Son continuas las siguientes funciones en x = 0?

1. $f(x)=2^{-x}$

$$f(0)=2^{-0}=\frac{1}{2^0}=1$$

$\lim_{x\to 0^-} 2^{-x} = 2^{-0^-} = 2^0 = 1 \qquad \lim_{x\to 0^+} 2^{-x} = 2^{-0^+} = \frac{1}{2^0} = 1$

La función es continua en x = 0.

2. $f(x)=\begin{cases} -x & si \quad x\le 0 \\ \log x & si \quad x>0 \end{cases}$

$f(0)=-0=0 \qquad \lim_{x\to 0^-} -x = 0 \qquad \lim_{x\to 0^+} \log x = -\infty$

En x = 0 hay una discontinuidad de salto infinito.

23. Dada la función: $f(x)=\begin{cases} \dfrac{x^2-25}{x-5} & Si \quad x\ne 5 \\ 0 & Si \quad x=5 \end{cases}$

1. Demostrar que f(x) no es continua en x = 5.

f(5) = 0. $\qquad \lim_{x\to 5}\frac{x^2-25}{x-5}=\frac{0}{0}$

Resolvemos la indeterminación:

$$\lim_{x\to 5}\frac{(x+5)(x-5)}{(x-5)}=\lim_{x\to 5}(x+5)=10$$

f(x) no es continua en x = 5 porque: $\lim_{x\to 5} f(x)\ne f(5)$

2. ¿Existe una función continua que coincida con f(x) para todos los valores x ≠ 5? En caso afirmativo dar su expresión.

Si $\lim_{x\to 5} f(x) = f(5) = 10$ la función sería continua, luego la función redefinida es:

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-25}{x-5} & Si\ \ x\neq 5\\ 10 & Si\ \ x=5\end{cases}$$

24. Calcular el valor de a para que la función siguiente sea continua: $f(x)=\begin{cases}x+1 & si\ \ x\leq 1\\ 3-ax^2 & si\ \ x>1\end{cases}$

$$f(1)=2 \qquad \lim_{x\to 1^-}(x+1)=2 \qquad \lim_{x\to 1^+}(3-ax^2)=3-a$$

$$3-a=2 \qquad a=1$$

25. La función definida por: $f(x)=\begin{cases}\sqrt{ax} & Si\ \ 0\leq x\leq 8\\ \dfrac{x^2-32}{x-4} & Si\ \ x>8\end{cases}$ es continua en [0, ∞).

Hallar el valor de ***a*** que hace que esta afirmación sea cierta.

$$\lim_{x\to 8^-}\sqrt{ax}=\sqrt{8a} \qquad \lim_{x\to 8^+}\frac{x^2-32}{x-4}=8$$

$$\sqrt{8a}=8 \qquad a=8$$

26. Se considera la función $f(x)=\begin{cases}\ln x & si\ \ 0<x<1\\ ax^2+b & si\ \ 1\leq x<\infty\end{cases}$. Si f(2) = 3, determinar los valores de a y b para que f(x) sea continua.

Sólo existe duda de la continuidad en x = 1.

$$f(1)=a+b \qquad \lim_{x\to 1^-}\ln x=\ln 1=0 \qquad \lim_{x\to -1^+}ax^2+bx=a+b$$

Para que la función sea continua debe cumplirse que: $a+b=0$

Por otro lado tenemos que: $f(2)=3$ $\quad 4a+b=3$

Resolvemos el sistema de ecuaciones y obtenemos que: a = 1 ; b = −1

27. Dada la función: $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-9}{x-3} & si\ \ x\neq 3\\ a & si\ \ x=3\end{cases}$

Determinar el valor de a para que la función sea continua para x = 3.

$$\lim_{x\to 3}\frac{x^2-9}{x-3}=\frac{0}{0} \qquad \lim_{x\to 3}\frac{(x-3)(x+3)}{x-3}=\lim_{x\to 3}(x+3)=6$$

$$a=\lim_{x\to 3}f(x)=6$$

28. Dada la función $f(x)=\begin{cases} \text{sen } x & Si \quad x \le -\frac{\pi}{2} \\ a \cdot \text{sen } x + b & Si \quad -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2} \\ 2\cos x & Si \quad x \ge \frac{\pi}{2} \end{cases}$

Determinar a y b de modo que la función f sea continua para todo valor de x.

$$f(-\tfrac{\pi}{2}) = \lim_{x\to\left(-\frac{\pi}{2}\right)^-} \text{sen } x = -1 \qquad \lim_{x\to\left(-\frac{\pi}{2}\right)^+} (a \cdot \text{sen } x + b) = -a + b$$

$$-a+b=-1$$

$$f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \lim_{x\to\left(\frac{\pi}{2}\right)^+} 2\cdot\cos x = 0 \qquad \lim_{x\to\left(\frac{\pi}{2}\right)^-} (a\cdot \text{sen } x + b) = a+b$$

$$a+b=0$$

$$a=\frac{1}{2} \qquad b=-\frac{1}{2}$$

29. $f(x)=\begin{cases} x^2 & si \quad x<0 \\ ax+b & si \quad 0 \le x < 1 \\ 2 & si \quad x \ge 1 \end{cases}$. Hallar ***a*** y ***b*** para que la función sea continua.

$$f(0)=b \qquad \lim_{x\to 0^-} x^2 = 0 \qquad \lim_{x\to 0^+} ax+b=b$$

$$f(1)=2 \qquad \lim_{x\to 1^-} ax+b = a+b \qquad \lim_{x\to 1^+} 2 = 2$$

$$a+b=2$$

$$a=2 \qquad b=0$$

30. Calcular los valores de ***a*** y ***b*** para que la siguiente función sea continua.

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{1}{x^2+1} & Si \quad x<0 \\ ax+b & Si \quad 0 \le x \le 3 \\ x-5 & Si \quad x<3 \end{cases}$$

$$\lim_{x\to 0^-} \frac{1}{x^2+1} = 1 \qquad \lim_{x\to 0^+} (ax+b) = b \qquad b=1$$

$$\lim_{x\to 3^-} (ax+1) = 3a+1 \qquad \lim_{x\to 3^+} (x-5) = -2 \qquad 3a+1=-2\ ;\ a=-1$$