

Ejercicios de Geometría 2.

1. Clasificar el triángulo determinado por los puntos: A(4, -3), B(3, 0) y C(0, 1).

$$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(3-4)^2 + (0+3)^2} = \sqrt{10}$$

$$|\overrightarrow{BC}| = \sqrt{(0-3)^2 + (1-0)^2} = \sqrt{10}$$

$$|\overrightarrow{AC}| = \sqrt{(0-4)^2 + (1+3)^2} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$$

$$|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{BC}| \neq |\overrightarrow{AC}| \quad \text{Isóceles}$$

Si:

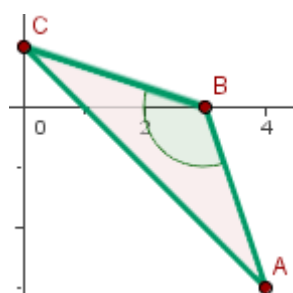
$$|\overrightarrow{AC}|^2 < |\overrightarrow{AB}|^2 + |\overrightarrow{BC}|^2 \quad \text{Acutángulo}$$

$$|\overrightarrow{AC}|^2 = |\overrightarrow{AB}|^2 + |\overrightarrow{BC}|^2 \quad \text{Rectángulo}$$

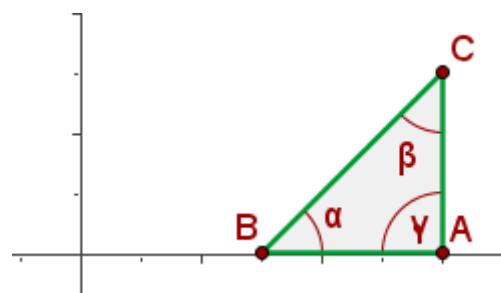
$$|\overrightarrow{AC}|^2 > |\overrightarrow{AB}|^2 + |\overrightarrow{BC}|^2 \quad \text{Obtusángulo}$$

En este caso: $32 > 10 + 10$

Obtusángulo



2. Clasificar el triángulo determinado por los puntos: A(6, 0), B(3, 0) y C(6, 3).



$$d(\overline{AB}) = \sqrt{(3-6)^2 + (0+0)^2} = 3$$

$$d(\overline{BC}) = \sqrt{(6-3)^2 + (3-0)^2} = 3\sqrt{2}$$

$$d(\overline{AC}) = \sqrt{(6-6)^2 + (3-0)^2} = 3$$

$$d(\overline{AB}) = d(\overline{BC}) \neq d(\overline{AC})$$

$$[d(\overline{BC})]^2 = [d(\overline{AB})]^2 + [d(\overline{AC})]^2$$

Isósceles

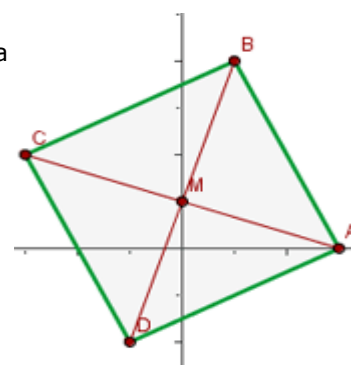
Rectángulo

3. Se tiene el cuadrilátero ABCD cuyos vértices son A(3, 0), B(1, 4), C(-3, 2) y D(-1, -2). Comprueba que es un paralelogramo y halla su área.

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$$

$$\overrightarrow{AB} = (1-3, 4-0) = (-2, 4)$$

$$\overrightarrow{DC} = (-1-(-3), -2-2) = (2, -4)$$



$$\frac{-2}{2} = \frac{4}{-4} \quad 8 = 8$$

$$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$$

$$(-1 - 3, -2 - 0) = (-3 - 1, 2 - 4)$$

$$(-4, -2) = (-4, -2)$$

Es un paralelogramo

Área: En un paralelogramo, el área es base · altura. Se va a tomar el lado AB como base y la distancia de C a la recta que pasa por A y B como altura. (se podría haber hecho con cualquier otro lado)

$$\text{Área} = d(A, B) \cdot d(C, r_{AB})$$

$$d(A, B) = \sqrt{4 + 16} = 2\sqrt{5}$$

$$\frac{x - 3}{1 - 3} = \frac{y - 0}{4 - 0} \quad r_{AB} \equiv 2x + y - 6 = 0$$

$$d(C, r_{AB}) = \frac{|2 \cdot (-3) + 2 - 6|}{\sqrt{5}} = \frac{10}{\sqrt{5}}$$

$$A = 2 \cdot \sqrt{5} \cdot \frac{10}{\sqrt{5}} = 20 \text{ u}^2$$

4. Los puntos A(-1, 3) y B(3, -3), son vértices de un triángulo isósceles ABC que tiene su vértice C en la recta $2x - 4y + 3 = 0$ siendo AC y BC los lados iguales. Calcular las coordenadas del vértice C.

$$C \in r$$

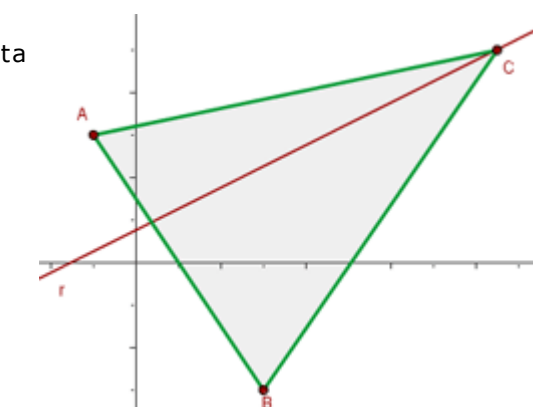
$$2x_c - 4y_c + 3 = 0$$

$$d(\overline{AC}) = d(\overline{BC})$$

$$\sqrt{(x_c + 1)^2 + (y_c - 3)^2} = \sqrt{(x_c - 3)^2 + (y_c + 3)^2}$$

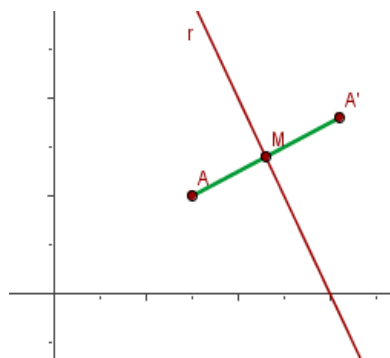
$$2x_c - 3y_c - 2 = 0$$

$$\begin{cases} 2x_c - 4y_c + 3 = 0 \\ 2x_c - 3y_c - 2 = 0 \end{cases}$$



$$C\left(\frac{17}{2}, 5\right)$$

5. Halla el punto simétrico A' , del punto $A(3, 2)$, respecto de la recta $r \equiv 2x + y - 12 = 0$.



$$m_r = -\frac{2}{1}$$

$$m_{AA'} = \frac{1}{2}$$

$$r_{AA'} \equiv y - 2 = \frac{1}{2}(x - 3)$$

$$r_{AA'} \equiv x - 2y + 1 = 0$$

$$r_{AA'} \cap r = M$$

$$\begin{cases} x - 2y + 1 = 0 \\ 2x + y - 12 = 0 \end{cases}$$

$$M\left(\frac{23}{5}, \frac{14}{5}\right)$$

M es el punto medio de $\overline{AA'}$

$$\frac{23}{5} = \frac{3 + x'}{2}$$

$$A'\left(\frac{31}{5}, \frac{18}{5}\right)$$

$$\frac{14}{5} = \frac{2 + y'}{2}$$

6. Calcular la ecuación de la recta perpendicular a $r \equiv 8x - y - 1 = 0$ y pasa por el punto $P(-3, 2)$.

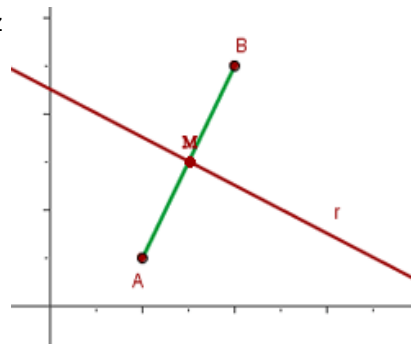
$$m_r = 8$$

$$m_s = -\frac{1}{8}$$

$$y - 2 = -\frac{1}{8}(x + 3)$$

$$x + 8y - 13 = 0$$

7. Una recta de ecuación $r \equiv x + 2y - 9 = 0$ es mediatriz de un segmento AB cuyo extremo A tiene por coordenadas $(2, 1)$. Hallar las coordenadas del otro extremo.



$$r \perp s$$

$$m_r = -\frac{1}{2}$$

$$m_s = 2$$

$$y - 1 = 2(x - 2)$$

$$2x - y - 3 = 0$$

$$r \cap s = M$$

$$\begin{cases} x + 2y - 9 = 0 \\ 2x - y - 3 = 0 \end{cases}$$

$$M(3, 3)$$

$$(3, 3) = \left(\frac{2 + x_B}{2}, \frac{1 + y_B}{2}\right)$$

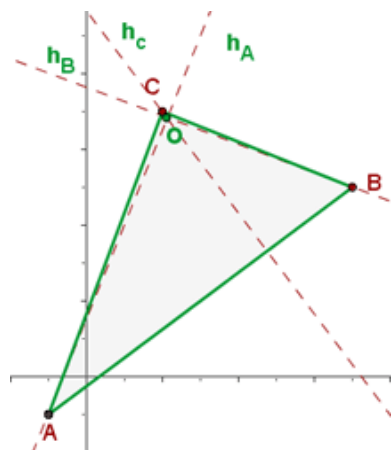
$$B(4, 5)$$

8. Una recta es paralela a la que tiene por ecuación $r \equiv 5x + 8y - 12 = 0$, y dista 6 unidades del origen. ¿Cuál es su ecuación?

$$r \parallel s$$

$$s \equiv 5x + 8y + D = 0$$

$$d(O, s) = 6 \quad \frac{D}{\sqrt{5^2 + 8^2}} = 6 \quad D = \pm 6\sqrt{89}$$



$$5x + 8y \pm 6\sqrt{89} = 0$$

9. Dado el triángulo $A(-1, -1)$, $B(7, 5)$, $C(2, 7)$; calcular las ecuaciones de dos de sus alturas y determinar el ortocentro del triángulo.

$$h_A$$

$$h_A \perp BC$$

$$m_{BC} = \frac{7-5}{2-7} = \frac{2}{-5}$$

$$m_{h_A} = \frac{5}{2}$$

$$A(-1, -1)$$

$$y + 1 = \frac{5}{2}(x + 1)$$

$$h_A \equiv 5x - 2y + 3 = 0$$

$$h_B$$

$$h_B \perp AC$$

$$m_{AC} = \frac{7+1}{2+1}$$

$$m_{h_B} = -\frac{3}{8}$$

$$B(7, 5)$$

$$y - 5 = -\frac{3}{8}(x - 7)$$

$$h_B \equiv 3x + 8y - 61 = 0$$

$$\begin{cases} 5x - 2y + 3 = 0 \\ 3x + 8y - 61 = 0 \end{cases}$$

$$O\left(\frac{49}{23}, \frac{157}{23}\right)$$

10. Una recta es perpendicular a la que tiene por ecuación $r \equiv 5x - 7y + 12 = 0$ y dista 4 unidades del origen. ¿Cuál es su ecuación?

$$r \perp s$$

$$s \equiv 7x + 5y + D = 0$$

$$d(O, s) = 4 \quad \frac{D}{\sqrt{7^2 + 5^2}} = 4 \quad D = \pm 4\sqrt{74}$$

$$7x + 5y \pm 4\sqrt{74} = 0$$