



Ejercicios de trigonometría.

1. Expresa en grados sexagesimales los siguientes ángulos:

1. 3 rad

$$\frac{\pi}{3} = \frac{180^\circ}{\alpha} \quad \alpha = \frac{180^\circ \cdot 3}{\pi} = 171.887^\circ = 171^\circ 53' 14''$$

$$0.887^\circ \cdot 60 = 53.24' \quad 0.24' \cdot 60 = 14''$$

2. $2\pi/5$ rad.

$$\frac{2\pi}{5} \text{ rad} = \frac{2 \cdot 180^\circ}{5} = 72^\circ$$

3. $3\pi/10$ rad.

$$\frac{3\pi}{10} \text{ rad} = \frac{3 \cdot 180^\circ}{10} = 54^\circ$$

2. Expresa en radianes los siguientes ángulos:

1. 316°

$$\frac{\pi}{\alpha} = \frac{180^\circ}{316^\circ} \quad \alpha = \frac{316\pi}{180} = \frac{79\pi}{45} \text{ rad}$$

2. 10°

$$\frac{\pi}{\alpha} = \frac{180^\circ}{10^\circ} \quad \alpha = \frac{10\pi}{180} = \frac{\pi}{18} \text{ rad}$$

3. 127°

$$\frac{\pi}{\alpha} = \frac{180^\circ}{127^\circ} \quad \alpha = \frac{127\pi}{180} = 2.216 \text{ rad}$$

3. Sabiendo que $\cos \alpha = \frac{1}{4}$, y que $270^\circ < \alpha < 360^\circ$. Calcular las restantes razones trigonométricas del ángulo α .

$$\sin \alpha = -\sqrt{1 - \left(\frac{1}{4}\right)^2} = -\frac{\sqrt{15}}{4} \quad \operatorname{cosec} \alpha = -\frac{4\sqrt{15}}{15}$$

$$\cos \alpha = \frac{1}{4} \quad \sec \alpha = 4$$

$$\operatorname{tg} \alpha = -\frac{\frac{\sqrt{15}}{4}}{\frac{1}{4}} = -\sqrt{15} \quad \operatorname{cotg} \alpha = -\frac{\sqrt{15}}{15}$$

4. Sabiendo que $\operatorname{tg} \alpha = 2$, y que $180^\circ < \alpha < 270^\circ$. Calcular las restantes razones trigonométricas del ángulo α .

$$\begin{aligned}\sec \alpha &= -\sqrt{1+4} = -\sqrt{5} & \cos \alpha &= -\frac{1}{\sqrt{5}} = -\frac{\sqrt{5}}{5} \\ \operatorname{sen} \alpha &= 2 \cdot \left(-\frac{\sqrt{5}}{5}\right) = -\frac{2\sqrt{5}}{5} & \operatorname{cosec} \alpha &= -\frac{\sqrt{5}}{2} \\ \operatorname{tg} \alpha &= 2 & \operatorname{cotg} \alpha &= \frac{1}{2}\end{aligned}$$

5. Calcular las razones de los siguientes ángulos:

1. 225°

$$\begin{aligned}\sin(225^\circ) &= \sin(180^\circ + 45^\circ) = -\sin 45^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ \cos(225^\circ) &= \cos(180^\circ + 45^\circ) = -\cos 45^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ \tan(225^\circ) &= \tan(180^\circ + 45^\circ) = \tan 45^\circ = 1\end{aligned}$$

2. 330°

$$\begin{aligned}\sin(330^\circ) &= \sin(360^\circ - 30^\circ) = -\sin 30^\circ = -\frac{1}{2} \\ \cos(330^\circ) &= \cos(360^\circ - 30^\circ) = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \tan(330^\circ) &= \tan(360^\circ - 30^\circ) = -\tan 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{3}\end{aligned}$$

3. 2655°

$$\begin{array}{r} 2655^\circ \\ 135^\circ \end{array} \quad \begin{array}{r} \underline{360^\circ} \\ 7 \end{array}$$

$$\begin{aligned}\operatorname{sen} 2655^\circ &= \operatorname{sen} 135^\circ = \operatorname{sen}(180^\circ - 45^\circ) = \operatorname{sen} 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \cos 2655^\circ &= \cos 135^\circ = \cos(180^\circ - 45^\circ) = -\cos 45^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ \operatorname{tg} 2655^\circ &= -1\end{aligned}$$

4. -840°

$$\begin{array}{r} -840^\circ \\ -120^\circ \end{array} \quad \begin{array}{r} \underline{360^\circ} \\ -2 \end{array}$$

$$\begin{aligned}\sin(-840^\circ) &= \sin(-120^\circ) = -\sin(180^\circ - 60^\circ) = -\sin 60^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \cos(-840^\circ) &= \cos(-120^\circ) = \cos(180^\circ - 60^\circ) = -\cos 60^\circ = -\frac{1}{2} \\ \tan(-840^\circ) &= \tan(-120^\circ) = -\tan(120^\circ) = \sqrt{3}\end{aligned}$$

6. Comprobar las identidades:

1. $\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{cotg} \alpha = \sec \alpha \cdot \operatorname{cosec} \alpha$

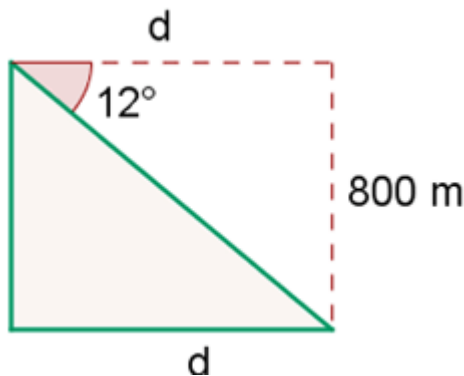
$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \alpha + \operatorname{cotg} \alpha &= \frac{\operatorname{sen} \alpha}{\cos \alpha} + \frac{\cos \alpha}{\operatorname{sen} \alpha} = \frac{\operatorname{sen}^2 \alpha + \cos^2 \alpha}{\cos \alpha \cdot \operatorname{sen} \alpha} = \\ &= \frac{1}{\cos \alpha \cdot \operatorname{sen} \alpha} = \sec \alpha \cdot \operatorname{cosec} \alpha \end{aligned}$$

2. $\frac{1}{\sec^2 a} = \operatorname{sen}^2 a \cdot \cos^2 a + \cos^4 a$

Sacando factor común $\cos^2 a$

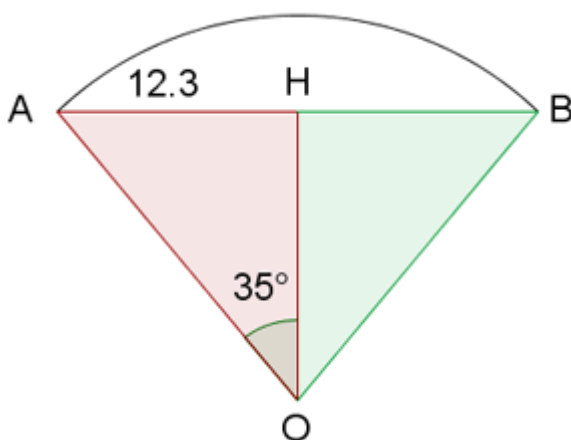
$$\operatorname{sen}^2 a \cdot \cos^2 a + \cos^4 a = \cos^2 a (\operatorname{sen}^2 a + \cos^2 a) = \cos^2 a = \frac{1}{\sec^2 a}$$

7. Un dirigible que está volando a 800 m de altura, distingue un pueblo con un ángulo de depresión de 12° .
¿A qué distancia del pueblo se halla?



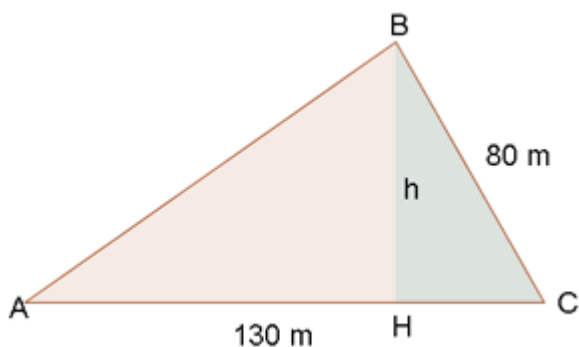
$$\operatorname{tg} 12^\circ = \frac{800}{d} \quad d = 3763.70 \text{ m}$$

8. Hallar el radio de una circunferencia sabiendo que una cuerda de 24.6 m tiene como arco correspondiente uno de 70°



$$\begin{aligned} \operatorname{sen} 35^\circ &= \frac{12.3}{OA} \\ OA &= \frac{12.3}{\operatorname{sen} 35^\circ} = 21.44 \text{ cm} \end{aligned}$$

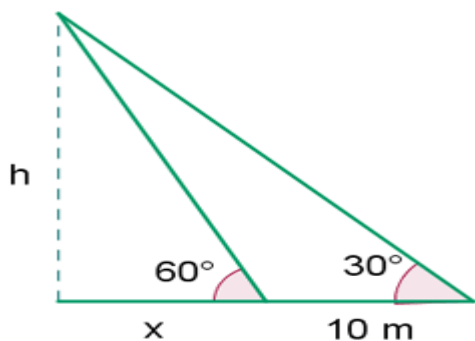
9. Calcular el área de una parcela triangular, sabiendo que dos de sus lados miden 80 m y 130 m, y forman entre ellos un ángulo de 70° .



$$h = 80 \cdot \sin 70^\circ$$

$$A = \frac{130 \cdot 80 \cdot \sin 70^\circ}{2} = 4886.40 \text{ m}^2$$

10. Calcula la altura de un árbol, sabiendo que desde un punto del terreno se observa su copa bajo un ángulo de 30° y si nos acercamos 10 m, bajo un ángulo de 60° .



Ésta es una forma de resolver el problema, aunque otra más rápida sería usar el teorema del seno para hallar primero la medida de una de las líneas de observación desde el suelo a la copa del árbol.

$$\operatorname{tg} 30^\circ = \frac{h}{10+x} \quad \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{h}{10+x}$$

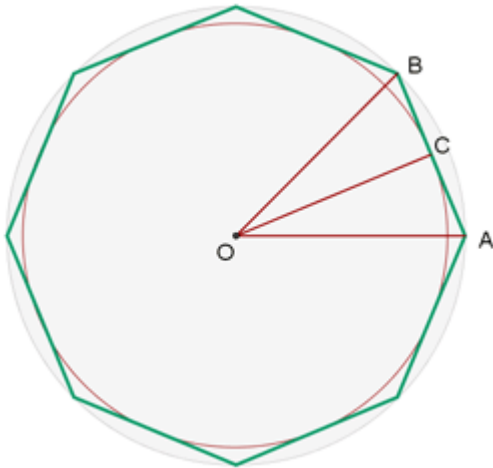
$$\operatorname{tg} 60^\circ = \frac{h}{x} \quad \sqrt{3} = \frac{h}{x}$$

$$10\sqrt{3} + \sqrt{3}x = 3h$$

$$-\sqrt{3}x = -h$$

$$\frac{10\sqrt{3}}{2} = h \quad h = 5\sqrt{3}$$

11. La longitud del lado de un octógono regular es 12 m. Hallar los radios de la circunferencia inscrita y circunscrita.



$$O = \frac{360^\circ}{8} = 45^\circ$$

$$\frac{O}{2} = 22^\circ 30'$$

Radio de la circunferencia inscrita:

$$OC = \frac{AC}{\operatorname{tg} 22^\circ 30'}$$

$$OC = \frac{6}{0.4142} = 14.49$$

Radio de la circunferencia circunscrita:

$$OA = \frac{AC}{\operatorname{sen} 22^\circ 30'}$$

$$OC = \frac{6}{0.3827} = 15.68$$

12. Calcula las razones de los siguientes ángulos:

1. 150°

$$\operatorname{sen}(-150^\circ) = -\operatorname{sen} 150^\circ = -\operatorname{sen}(180^\circ - 30^\circ) = -\operatorname{sen} 30^\circ = -\frac{1}{2}$$

$$\cos(-150^\circ) = \cos 150^\circ = \cos(180^\circ - 30^\circ) = -\cos 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\operatorname{tg}(-150^\circ) = -\operatorname{tg} 150^\circ = -\operatorname{tg}(180^\circ - 30^\circ) = -(-\operatorname{tg} 30^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

2. 1740°

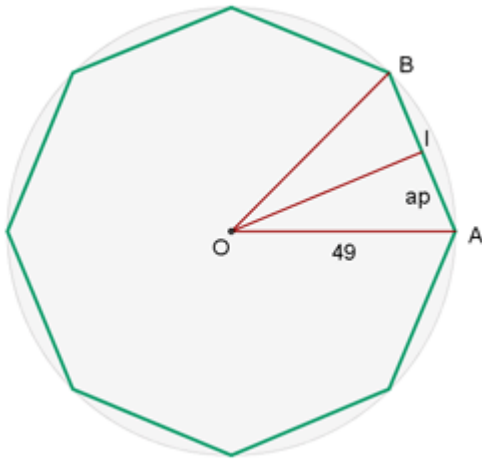
$$\begin{array}{r} 1740^\circ \\ 300^\circ \end{array} \quad \left| \begin{array}{r} 360^\circ \\ 4 \end{array} \right.$$

$$\operatorname{sen} 1740^\circ = \operatorname{sen} 300^\circ = \operatorname{sen}(360^\circ - 60^\circ) = -\operatorname{sen} 60^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos 1740^\circ = \cos 300^\circ = \cos(360^\circ - 60^\circ) = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

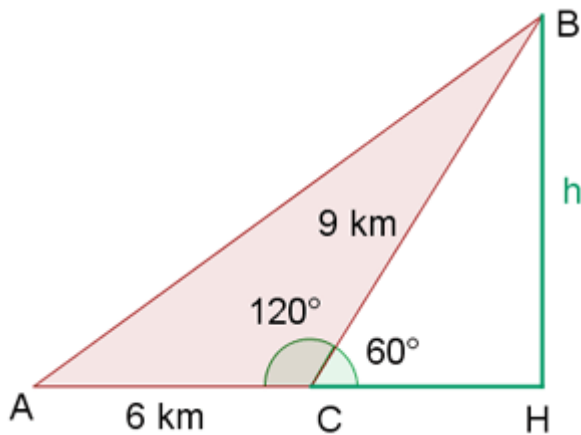
$$\operatorname{tg} 1740^\circ = -\sqrt{3}$$

13. Calcular la longitud del lado y de la apotema de un octógono regular inscrito en una circunferencia de 49 centímetros de radio.



$$\begin{aligned} \theta &= \frac{360^\circ}{8} = 45^\circ & \frac{\theta}{2} &= 22^\circ 30' \\ \frac{l}{2} &= 49 \cdot \sin 22^\circ 30' = 18.75 & l &= 37.50 \text{ cm} \\ ap &= 49 \cdot \cos 22^\circ 30' = 45.27 \text{ cm} \end{aligned}$$

14. Tres pueblos A, B y C están unidos por carreteras. La distancia de A a C es 6 km y la de B a C 9 km. El ángulo que forman estas carreteras es 120° . ¿Cuánto distan A y B?



$$\begin{aligned} CH &= 9 \cos 60^\circ & BH &= 9 \sin 60^\circ \\ AB &= \sqrt{(6 + 9 \cos 60^\circ)^2 + (9 \sin 60^\circ)^2} = 13.077 \text{ km} \end{aligned}$$

15. Simplificar las fracciones:

1. $\frac{\sin 2x}{1 + \cos 2x}$

$$\frac{\sin 2x}{1 + \cos 2x} = \frac{2 \sin x \cos x}{1 + \cos^2 x - \sin^2 x} = \frac{2 \sin x \cos x}{\cos^2 x + \cos^2 x} = \tan x$$

2. $\frac{\sin 2a}{1 - \cos^2 a} \cdot \frac{\sin 2a}{\cos a}$



$$\frac{\sin 2a}{1 - \cos^2 a} \cdot \frac{\sin 2a}{\cos a} = \frac{(2\sin a \cdot \cos a)^2}{\sin^2 a \cdot \cos a} = 4 \cos a$$

16. Resuelve las ecuaciones trigonométricas:

1. $2\operatorname{tg} x - 3\operatorname{cotg} x - 1 = 0$

$$2\operatorname{tg} x - \frac{3}{\operatorname{tg} x} - 1 = 0 \qquad 2\operatorname{tg}^2 x - \operatorname{tg} x - 3 = 0$$

$$\operatorname{tg} x = \frac{1 \pm \sqrt{1+24}}{4} = \frac{1 \pm 5}{4}$$

$$\operatorname{tg} x = \frac{3}{2}$$

$$x = 56^\circ 18' 35'' + 180^\circ k$$

$$\operatorname{tg} x = -1$$

$$x = 135^\circ + 180^\circ k$$

2. $\cos^2 x - 3\sin^2 x = 0$

$$1 - \sin^2 x - 3\sin^2 x = 0 \qquad 1 - 4\sin^2 x = 0$$

$$\sin^2 x = \frac{1}{4} \qquad \sin x = \pm \frac{1}{2}$$

$$x = \arcsin \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 30^\circ + 360^\circ k \\ x_2 = 150^\circ + 360^\circ k \end{cases}$$

$$x = \arcsin \left(-\frac{1}{2}\right) \Rightarrow \begin{cases} x_3 = 210^\circ + 360^\circ k \\ x_4 = 330^\circ + 360^\circ k \end{cases}$$

3. $\sin^2 x - \cos^2 x = \frac{1}{2}$

$$\sin^2 x - \cos^2 x = \frac{1}{2}$$

$$\cos^2 x - \sin^2 x = -\frac{1}{2}$$

$$\cos 2x = -\frac{1}{2}$$

$$2x = \begin{cases} 120^\circ + 360^\circ k \\ 240^\circ + 360^\circ k \end{cases} \Rightarrow x = \begin{cases} 60^\circ + 180^\circ k \\ 120^\circ + 180^\circ k \end{cases}$$

4. $\sin 2x = \cos 60^\circ$

$$\sin 2x = \cos 60^\circ$$

$$\sin 2x = \frac{1}{2}$$

$$\begin{cases} 2x = 30^\circ + 360^\circ k \\ 2x = 150^\circ + 360^\circ k \end{cases}$$

$$x = 15^\circ + 180^\circ k$$

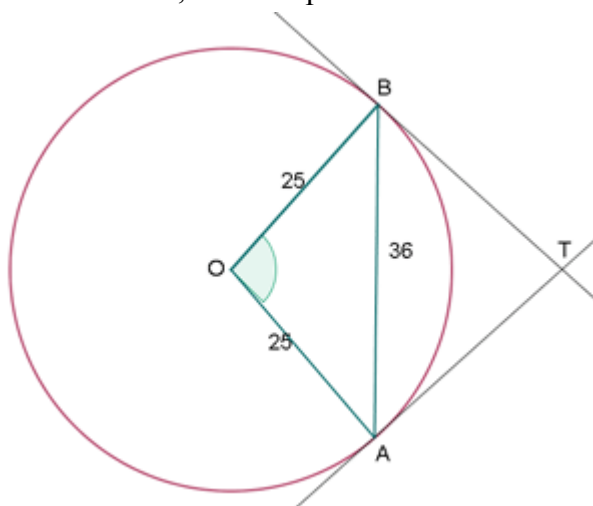
$$x = 75^\circ + 180^\circ k$$

5.

$$\begin{cases} \sin x + \sin y = \frac{\sqrt{3}+1}{2} \\ \sin x - \sin y = \frac{\sqrt{3}-1}{2} \end{cases}$$

$$\begin{array}{llll} e_1 + e_2 & 2\operatorname{sen} x = \sqrt{3} & \operatorname{sen} x = \frac{\sqrt{3}}{2} & \begin{cases} x = 60^\circ + 360^\circ k \\ x = 120^\circ + 360^\circ k \end{cases} \\ e_1 - e_2 & 2\operatorname{sen} y = 1 & \operatorname{sen} y = \frac{1}{2} & \begin{cases} y = 30^\circ + 360^\circ k \\ y = 150^\circ + 360^\circ k \end{cases} \end{array}$$

17. El radio de una circunferencia mide 25 m. Calcula el ángulo que formarán las tangentes a dicha circunferencia, trazadas por los extremos de una cuerda de longitud 36 m.



$$36^2 = 25^2 + 25^2 - 2 \cdot 25 \cdot 25 \cos O \quad O = 92^\circ 6' 32''$$

En el cuadrilátero AOBT, los ángulos A y B son rectos.
 $O + T = 180^\circ \quad T = 180^\circ - 92^\circ 6' 32'' = 87^\circ 53' 28''$

18. Resuelve las ecuaciones trigonométricas:

1. $2\cos x = 3\operatorname{tg} x$

$$\begin{aligned} 2\cos x &= \frac{3\operatorname{sen} x}{\cos x} & 2\cos^2 x &= 3\operatorname{sen} x \\ 2(1 - \operatorname{sen}^2 x) &= 3\operatorname{sen} x & 2 - 2\operatorname{sen}^2 x &= 3\operatorname{sen} x \\ 2\operatorname{sen}^2 x + 3\operatorname{sen} x - 2 &= 0 \\ \operatorname{sen} x &= \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 16}}{4} = \frac{-3 \pm 5}{4} \\ \operatorname{sen} x &= \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 30^\circ + 360^\circ k \\ x_2 = 150^\circ + 360^\circ k \end{cases} \\ \operatorname{sen} x &= -2 \text{ Sin solución porque } -1 \leq \operatorname{sen} x \leq 1 \end{aligned}$$

2. $\operatorname{sen} 2x \cdot \cos x = 6\operatorname{sen}^3 x$

$$\begin{aligned} 2\operatorname{sen} x \cdot \cos x \cdot \cos x &= 6\operatorname{sen}^3 x \\ \operatorname{sen} x (\cos^2 x - 3\operatorname{sen}^2 x) &= 0 \\ \operatorname{sen} x = 0 &\Rightarrow \begin{cases} x = 0^\circ + 360^\circ k \\ x = 180^\circ + 360^\circ k \end{cases} \Rightarrow x = 0^\circ + 180^\circ k \end{aligned}$$

$$\cos^2 x - 3\sin^2 x = 0$$

$$\cos^2 x = 3\sin^2 x$$

$$\operatorname{tg}^2 x = \frac{1}{3}$$

$$\operatorname{tg} x = \pm \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\operatorname{tg} x = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow x = 30^\circ + 180^\circ k$$

$$\operatorname{tg} x = -\frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow x = 150^\circ + 180^\circ k$$

19. Resuelve el sistema de ecuaciones trigonométricas:

$$\begin{cases} \sin x \cdot \cos y + \cos x \cdot \sin y = 1 \\ \sin x \cdot \cos y - \cos x \cdot \sin y = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin(x + y) = 1 \\ \sin(x - y) = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 90^\circ \\ x - y = 30^\circ \end{cases}$$

$$2x = 120^\circ + 360^\circ k$$

$$x = 60^\circ + 180^\circ k$$

$$y = 30^\circ + 180^\circ k$$

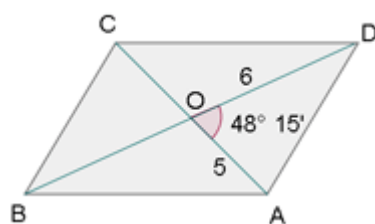
$$\begin{cases} x + y = 90^\circ \\ x - y = 150^\circ \end{cases}$$

$$2x = 240^\circ + 360^\circ k$$

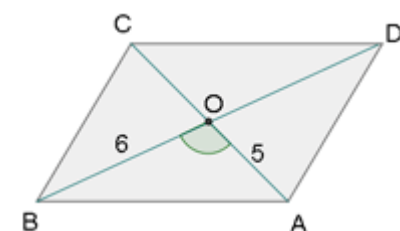
$$x = 120^\circ + 180^\circ k$$

$$y = -30^\circ + 180^\circ k$$

20. Las diagonales de un paralelogramo miden 10 cm y 12 cm, y el ángulo que forman es de $48^\circ 15'$. Calcular los lados.



$$AD = \sqrt{5^2 + 6^2 - 2 \cdot 5 \cdot 6 \cdot \cos 48^\circ 15'} = 4.5877 \text{ cm}$$



$$180^\circ - 48^\circ 15' = 131^\circ 45'$$

$$AB = \sqrt{5^2 + 6^2 - 2 \cdot 5 \cdot 6 \cdot \cos 131^\circ 45'} = 10.047 \text{ cm}$$

21. Resuelve las siguientes ecuaciones

1. $\operatorname{sen}\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow \begin{cases} \operatorname{sen} 60^\circ \\ \operatorname{sen} 120^\circ \end{cases}$$

$$x + 45^\circ = 60^\circ$$

$$x_1 = 15^\circ + 360^\circ k$$

$$x + 45^\circ = 120^\circ$$

$$x_2 = 75^\circ + 360^\circ k$$

2. $3\operatorname{sen}^2 x - 5\operatorname{sen} x + 2 = 0$

$$\operatorname{sen} x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{6} = \frac{5 \pm 1}{6}$$

$$\operatorname{sen} x = 1$$

$$x = 90^\circ + 360^\circ k$$

$$\operatorname{sen} x = \frac{2}{3}$$

$$x = \begin{cases} 41^\circ 48' 37'' + 360^\circ k \\ 138^\circ 11' 23'' + 360^\circ k \end{cases}$$

3. $\cos^2 x - 3\operatorname{sen}^2 x = 0$

$$1 - \operatorname{sen}^2 x - 3\operatorname{sen}^2 x = 0$$

$$1 - 4\operatorname{sen}^2 x = 0$$

$$\operatorname{sen}^2 x = \frac{1}{4} \quad \operatorname{sen} x = \pm \frac{1}{2}$$

$$x = \arcsen \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 30^\circ + 360^\circ k \\ x_2 = 150^\circ + 360^\circ k \end{cases}$$

$$x = \arcsen\left(-\frac{1}{2}\right) \Rightarrow \begin{cases} x_3 = 210^\circ + 360^\circ k \\ x_4 = 330^\circ + 360^\circ k \end{cases}$$

4. $\cos 2x = 1 + 4\operatorname{sen} x$

$$\cos^2 x - \operatorname{sen}^2 x = 1 + 4\operatorname{sen} x$$

$$1 - \operatorname{sen}^2 x - \operatorname{sen}^2 x = 1 + 4\operatorname{sen} x$$

$$2\operatorname{sen}^2 x + 4\operatorname{sen} x = 0$$

$$2\operatorname{sen} x (\operatorname{sen} x + 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \operatorname{sen} x = 0 \\ \operatorname{sen} x + 2 = 0 \end{cases}$$

$$x = \arcsen 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 0^\circ + 360^\circ k \\ x_2 = 180^\circ + 360^\circ k \end{cases}$$

$$x = 0^\circ + 180^\circ k$$

$$x = \arcsen(-2)$$

Sin solución

5. $\operatorname{tg} 2x = -\operatorname{tg} x$

$$\frac{2\operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg}^2 x} = -\operatorname{tg} x$$

$$\operatorname{tg} x (\operatorname{tg}^2 x - 3) = 0$$

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} x &= 0 & x &= 0^\circ + 180^\circ k \\ \operatorname{tg} x &= \pm\sqrt{3} & \begin{cases} x = 60^\circ + 180^\circ k \\ x = 120^\circ + 180^\circ k \end{cases} \end{aligned}$$

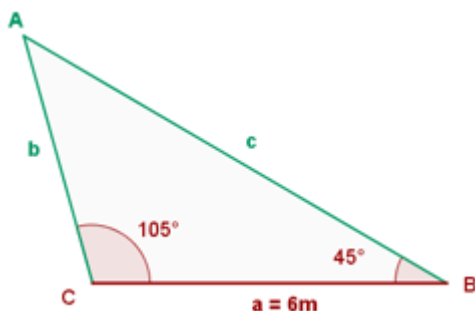
6. $2 \cos x = 3 \operatorname{tg} x$

$$\begin{aligned} 2 \cos x &= \frac{3 \operatorname{sen} x}{\cos x} & 2 \cos^2 x &= 3 \operatorname{sen} x \\ 2(1 - \operatorname{sen}^2 x) &= 3 \operatorname{sen} x & 2 - 2 \operatorname{sen}^2 x &= 3 \operatorname{sen} x \\ 2 \operatorname{sen}^2 x + 3 \operatorname{sen} x - 2 &= 0 \\ \operatorname{sen} x &= \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 16}}{4} = \frac{-3 \pm 5}{4} \\ \operatorname{sen} x &= \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 30^\circ + 360^\circ k \\ x_2 = 150^\circ + 360^\circ k \end{cases} \\ \operatorname{sen} x &= -2 & \text{Sin solución porque } -1 \leq \operatorname{sen} x \leq 1 \end{aligned}$$

7. $\operatorname{sen} 2x \cdot \cos x = 6 \operatorname{sen}^3 x$

$$\begin{aligned} 2 \operatorname{sen} x \cdot \cos x \cdot \cos x &= 6 \operatorname{sen}^3 x \\ \operatorname{sen} x (\cos^2 x - 3 \operatorname{sen}^2 x) &= 0 \\ \operatorname{sen} x = 0 &\Rightarrow \begin{cases} x = 0^\circ + 360^\circ k \\ x = 180^\circ + 360^\circ k \end{cases} \Rightarrow x = 0^\circ + 180^\circ k \\ \cos^2 x - 3 \operatorname{sen}^2 x &= 0 & \cos^2 x &= 3 \operatorname{sen}^2 x \\ \operatorname{tg}^2 x &= \frac{1}{3} & \operatorname{tg} x &= \pm \frac{\sqrt{3}}{3} \\ \operatorname{tg} x &= \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow x = 30^\circ + 180^\circ k \\ \operatorname{tg} x &= -\frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow x = 150^\circ + 180^\circ k \end{aligned}$$

22. De un triángulo sabemos que: $a = 6$ m, $B = 45^\circ$ y $C = 105^\circ$. Calcula los restantes elementos.



$$A = 180^\circ - 45^\circ - 105^\circ = 30^\circ$$

$$\frac{6}{\sin 30^\circ} = \frac{b}{\sin 45^\circ} \quad b = 6 \cdot \frac{\sin 45^\circ}{\sin 30^\circ} = 6 \cdot \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{1}{2}} = 6\sqrt{2} \text{ m}$$

$$\frac{6}{\sin 30^\circ} = \frac{c}{\sin 105^\circ} \quad c = 6 \cdot \frac{\sin 105^\circ}{\sin 30^\circ} = 11.6 \text{ m}$$

23. De un triángulo sabemos que: $a = 10 \text{ m}$, $b = 7 \text{ m}$ y $C = 30^\circ$. Calcula los restantes elementos.



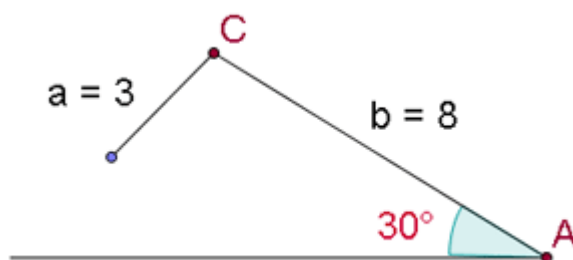
$$c = \sqrt{10^2 + 7^2 - 2 \cdot 10 \cdot 7 \cos 30^\circ} = 5.27 \text{ m}$$

$$\frac{7}{\sin B} = \frac{5.27}{\sin 30^\circ} \quad \sin B = 0.664 \Rightarrow \begin{cases} B = 41^\circ 37' 52'' \\ B = 138^\circ 22' 2'' \end{cases}$$

$B = 41^\circ 37' 52''$ porque al ser $a > b$ el ángulo obtuso será A.
 $A = 180^\circ - 30^\circ - 41^\circ 37' 52'' = 108^\circ 22' 8''$

24. Resuelve el triángulo de datos: $A = 30^\circ$, $a = 3 \text{ m}$ y $b = 8 \text{ m}$.

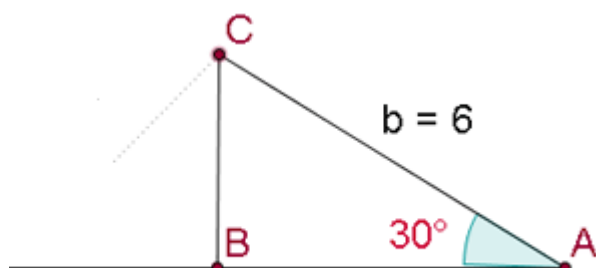
$$\frac{3}{\sin 30^\circ} = \frac{8}{\sin B} \quad \sin B = \frac{4}{3} > 1$$



Como el seno de un ángulo nunca puede ser mayor que 1, el problema no tiene solución. La figura muestra la imposibilidad de que exista el triángulo planteado.

25. Resuelve el triángulo de datos: $A = 30^\circ$, $a = 3 \text{ m}$ y $b = 6 \text{ m}$.

$$\frac{3}{\sin 30^\circ} = \frac{6}{\sin B} \quad \sin B = \frac{3}{3} = 1 \quad B = 90^\circ$$



$$C = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$$

$$a = 6 \cdot \sin 30^\circ = 3 \text{ m}$$

$$c = 6 \cdot \cos 30^\circ = 3\sqrt{3} \text{ m}$$

26. Resuelve el triángulo de datos: $A = 60^\circ$, $a = 8$ m y $b = 4$ m.

$$\frac{8}{\sin 60^\circ} = \frac{4}{\sin B} \quad \sin B = \frac{\sqrt{3}}{4} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} B = 25^\circ 40' \\ B = 180^\circ - 25^\circ 40' = 154^\circ 20' \end{cases}$$

Como $a > b$ sólo es válida la solución: $B = 25^\circ 40'$

$$C = 180^\circ - (60^\circ + 25^\circ 40') = 94^\circ 20'$$

$$\frac{8}{\sin 60^\circ} = \frac{c}{\sin 94^\circ 20'} \quad c = 9.21 \text{ m}$$

27. Resuelve el triángulo de datos: $A = 30^\circ$, $a = 3$ m y $b = 4$ m.

$$\frac{3}{\sin 30^\circ} = \frac{4}{\sin B} \quad \sin B = \frac{2}{3} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} B_1 = 41^\circ 48' \\ B_2 = 180^\circ - 41^\circ 48' = 138^\circ 12' \end{cases}$$

Como $a < b$ sólo son válidas las dos soluciones

$$C_1 = 180^\circ - (30^\circ + 41^\circ 48') = 108^\circ 12'$$

$$\frac{3}{\sin 30^\circ} = \frac{c}{\sin 108^\circ 12'} \quad c = 5.7 \text{ m}$$

$$C_2 = 180^\circ - (30^\circ + 138^\circ 12') = 11^\circ 48'$$

$$\frac{3}{\sin 30^\circ} = \frac{c}{\sin 11^\circ 48'} \quad c = 1.227 \text{ m}$$

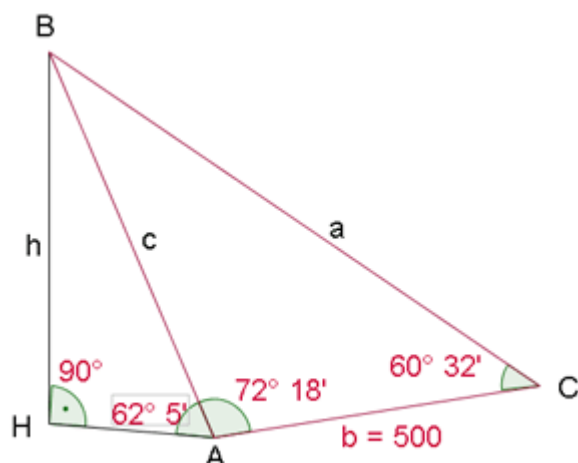
28. Resuelve el triángulo de datos: $a = 15$ m, $b = 22$ m y $c = 17$

$$\cos A = \frac{484 + 289 - 225}{748} = 0.7326 \quad A = 42^\circ 54'$$

$$\cos B = \frac{289 + 225 - 484}{510} = 0.588 \quad B = 86^\circ 38'$$

$$180^\circ - 42^\circ 54' - 86^\circ 38' = 50^\circ 28' \quad C = 50^\circ 28'$$

29. Calcula la altura, h , de la figura:

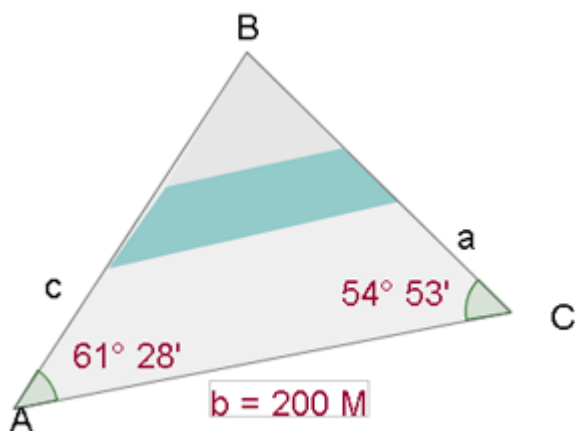


$$\angle ABC = 180^\circ - (72^\circ 18' + 60^\circ 32') = 47^\circ 10'$$

$$\frac{c}{\sin 60^\circ 32'} = \frac{500}{\sin 47^\circ 10'} \quad c = 593.62 \text{ m}$$

$$h = 593.62 \cdot \sin 62^\circ 5' = 524.54 \text{ m}$$

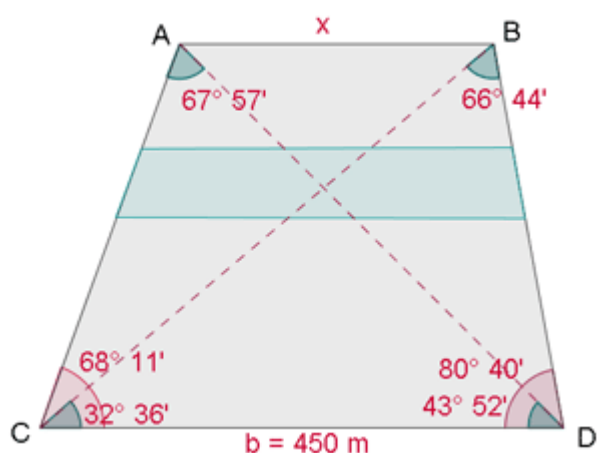
30. Calcula la distancia que separa a los puntos A y B.



$$\angle B = 180^\circ - (61^\circ 28' + 54^\circ 53') = 63^\circ 39'$$

$$\frac{c}{\sin 54^\circ 53'} = \frac{200}{\sin 63^\circ 39'} \quad c = 182.565 \text{ m}$$

31. Calcula la distancia que separa entre dos puntos inaccesibles A y B.



$$\frac{AC}{\sin 43^\circ 52'} = \frac{450}{\sin 67^\circ 57'}$$

$$AC = 336.45 \text{ m}$$

$$\frac{CB}{\sin 80^\circ 40'} = \frac{450}{\sin 66^\circ 44'}$$

$$CB = 483.35 \text{ m}$$

$$x^2 = 336.45^2 + 483.35^2 - 2 \cdot 336.45 \cdot 483.35 \cdot \cos (68^\circ 11' - 32^\circ 36')$$

$$x = 286.902 \text{ m}$$