



Estos ejercicios sirven como modelo para conseguir los objetivos de la asignatura y superar la prueba extraordinaria en Septiembre. La entrega al profesor es voluntaria y se hará en el momento del examen.

1. Calcula y simplifica

a) $\sqrt{20} + \sqrt{196} - \sqrt{25} - \sqrt{36} + \sqrt{45}$

b) $\sqrt{8ab} + \sqrt{72ab} + \sqrt{50ab} - \sqrt{288ab}$

c) $\sqrt[3]{16ab^2} + \sqrt[3]{25ab^2} + \sqrt[6]{4a^2b^4}$

d) $\frac{\sqrt[4]{3}}{\sqrt[8]{9}}$

e) $\sqrt[3]{4\sqrt[6]{2}}$

f) $(3 + \sqrt{a})(3 - \sqrt{a})$

g) $(1 - \sqrt{18})\left(\sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

h) $\sqrt[3]{5^4} + 3\sqrt[3]{40}$

i) $\sqrt[4]{3} \cdot \sqrt{3^4}$

j) $\frac{\sqrt{a^3}}{\sqrt[3]{a^2}}$

2. Calcula el valor de x en los siguientes ejercicios

a) $\log_x 1000 = 3$

b) $\log_3 27 = x$

c) $\log_2 x = 3$

d) $\log_2 \frac{1}{16} = x$

e) $\log_{\frac{1}{2}} 2 = x$

f) $\log x = 2$

g) $\ln x = 2$

h) $\log_x 32 = -5$

3. Calcula el resultado de las siguientes expresiones:

a) $\log_5 125 - \log_3 81^2 + \log_7 49^3$

b) $\log_3(1/9) + \log_{1/2} 8 + \log_6 36$

4. Resuelve las siguientes ecuaciones

a) $x^4 - 8x^2 - 9 = 0$

b) $2x^2 - \frac{6x}{11} - \frac{3x}{4} = \frac{22x^2}{3} - \frac{9}{44} - \frac{11x}{4}$

c) $x^4 - 3x^2 - 4 = 0$

d) $\frac{x^2 - 32}{4} + \frac{28}{x^2 - 9} = 0$

e) $\frac{3}{x} - \frac{x^2 + 3}{x} = x^3$

f) $2x^3 - 4x - 7x = -x^2 + x + 3$

g) $\frac{1}{x+2} - \frac{x+2}{x} = \frac{-7}{4}$

h) $x^4 - 48x^2 - 49 = 0$

i) $\frac{x}{x+1} + \frac{2x}{x-1} = \frac{15}{4}$

j) $3x^4 - 10x^2 - 8 = 0$

k) $\frac{1}{3x} + \frac{1}{x^2} = \frac{5}{12}$

l) $2x^4 + 9x^2 - 68 = 0$

m) $x + \frac{8}{2x} = 5$

n) $4x^4 - 25x^2 = 0$

o) $\frac{81}{x^3} - 1 = 2$

p) $\sqrt{2x+1} + 1 = x$

q) $3^{x-4} \cdot 3^{2x^2} = \frac{1}{81}$

5. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones

a) $\begin{cases} x - 6y = -15 \\ x \cdot y = -9 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x + y = -18 \\ x \cdot y = 40 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x^2 - 3y^2 = -2 \\ x + 2y = 1 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 65 \\ x + y = 3 \end{cases}$

6. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones

a) $\begin{cases} \frac{4}{x} - \frac{x}{y} = 0 \\ 2x - y = 3 \end{cases}$



$$\text{b) } \begin{cases} x + y + z = 1 \\ 2x + 3y - 4z = 9 \\ x - y + z = -1 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} x + y + z = 6 \\ x + 2y - z = 2 \\ 2x - y + 3z = 9 \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} x - 9y + 5z = 33 \\ x - 3y - z = -9 \\ x - y + z = 5 \end{cases}$$

$$\text{e) } \begin{cases} x - 2y + 3z = 0 \\ 2x - 3z = 0 \\ 3x - 2y = 0 \end{cases}$$

$$\text{f) } \begin{cases} 2x - y = -1 \\ x + 2y = 2 \\ 3x + y = 0 \end{cases}$$

7. Resuelve los siguientes sistemas:

$$\text{a) } \begin{cases} \frac{y+x}{6} = \frac{5}{6} \\ xy = 6 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} 2x^2 + 3y^2 = 11 \\ xy = 2 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} y - x = x - 1 \\ x^2 + y^2 = 2 \end{cases} \quad \text{d) } \begin{cases} x - y = 4 \\ x^2 - y^2 = 24 \end{cases}$$

8. Resuelve las siguientes inecuaciones

$$\text{a) } 2x^2 - x + 2 \leq 0$$

$$\text{b) } -2x^2 + 6x + 1 \leq 0$$

$$\text{c) } -x^2 + 7x - 9 \geq 0$$

$$\text{d) } (x - 8)(x - 1) < 0$$

9. Resuelve los siguientes sistemas de inecuaciones

$$\text{a) } \begin{cases} -2 - x < x + 8 \\ \frac{x-7}{12} + 7 \geq \frac{x+7}{2} - \frac{7-x}{6} \end{cases}$$

$$\text{a) } \begin{cases} -3x < 1 \\ -4x - 3y > 4 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 3x - y < 2 \\ -5x + 4y > 0 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} -4x - y < 4 \\ -5x - 4y > 4 \end{cases}$$

10. Descompón en factores los siguientes polinomios

$$\text{a) } x^3 + x^2 + 4x$$

$$\text{b) } x^4 + x^2 - 12$$

$$\text{c) } x^2 - 20x + 100$$

$$\text{d) } x^2 + 14x + 49$$

$$\text{e) } x^3 - 4x^2 + 4x$$

$$\text{f) } 2x^3 - 7x^2 + 8x - 3$$

$$\text{g) } x^3 - x^2 - 4$$

$$\text{h) } x^3 + 3x^2 - 4x - 12$$

11. Simplifica las fracciones

$$\text{a) } \frac{x^2 + 8x + 16}{3x + 12}$$

$$\text{b) } \frac{3x^2 - 12}{x^2 - 4x + 4}$$

$$\text{c) } \frac{4x^2 + 4x + 1}{12x^2 - 3}$$

12. Calcula y simplifica las siguientes expresiones:

$$\text{a) } \frac{x^2 - 4}{x^2 - 9} \cdot \frac{x + 3}{x^2 + 2x}$$

$$\text{b) } \frac{x + 1}{x - 1} + \frac{x - 1}{x + 1} - \frac{x^2}{x^2 - 1}$$

$$\text{c) } x + \frac{1 - x}{1 + x} : \frac{1 - x^2}{x^2}$$



13. Resuelve los siguientes problemas

a)

Un examen de Matemáticas que consta de 30 preguntas, se califica del siguiente modo: cada respuesta correcta suma 1 punto y cada respuesta equivocada resta medio punto (las preguntas no contestadas ni suman ni restan puntos). Un alumno que ha obtenido 17,5 puntos tiene tantas respuestas equivocadas como no contestadas. Determinar el número de respuestas correctas y equivocadas de este alumno.

b)

Un tren transporta 500 viajeros y la recaudación del importe de sus billetes asciende a 2115€. Calcular de forma razonada cuántos viajeros han pagado el importe total del billete, que vale 9€, cuántos han pagado el 20% del billete y cuántos el 50%, sabiendo que el número de viajeros que han pagado el 20% es el doble del número de viajeros que ha pagado el billete entero.

c)

Con 450 gramos de medicamentos se fabricaran 60 pastillas de tres tipos. Grandes, medianas y pequeñas. Las pastillas grandes pesan 20 gramos, las medianas 10 gramos y las pequeñas 5 gramos. Si el total de pastillas grandes y medianas es la mitad del número de pastillas pequeñas, ¿Cuántas se fabricaron de cada tipo?

d)

Un cliente de un supermercado ha pagado un total de 156 euros por 24 litros de leche, 6 kg de jamón y 12 litros de aceite de oliva. Plantee y resuelva un sistema de ecuaciones para calcular el precio unitario de cada artículo, sabiendo que 1 litro de aceite cuesta el triple que un litro de leche y que 1 kg de jamón cuesta igual que 4 litros de aceite más 4 litros de leche.

e)

Una empresa ha invertido 73 000 € en la compra de ordenadores portátiles de tres clases A, B y C, cuyos costes por unidad son de 2 400 €, 1 200 € y 1 000 € respectivamente. Sabiendo que, en total, ha adquirido 55 ordenadores y que la cantidad invertida en los de tipo A ha sido la misma que la invertida en los de tipo B, averigua cuántos aparatos ha comprado de cada clase la empresa.

f)

En la fabricación de cierta marca de chocolate se emplea leche, cacao y almendras, siendo la proporción de leche doble que la de cacao y almendras juntas. Los precios de cada kilogramo de los ingredientes son: leche, 0,8€; cacao, 4€; almendras, 13€. En un día se fabrican 9 000 kg de ese chocolate, con un coste total de 25 800 €. ¿Cuántos kilos se utilizan de cada ingrediente?

14. Se ha pasado un test de 100 preguntas a 20 personas. El numero de respuestas correctas se refleja en la siguiente tabla:

Respuestas correctas	Nº de personas
[0,20)	3
[20,40)	6
[40,60)	5
[60,80)	0
[80,100)	6

a) Calcula la media

b) Calcula la desviación típica

c) ¿Qué porcentaje de personas tiene menos de 35 respuestas correctas?

15. Halla el dominio de las siguientes funciones:

a) $f(x) = \frac{1}{x-1}$

b) $f(x) = \frac{1}{x^2-1}$

c) $f(x) = \frac{x}{x^2+2x+1}$

d) $f(x) = \frac{x+1}{x^2-x}$

e) $f(x) = \frac{x-1}{x^2+1}$

f) $f(x) = \frac{x-1}{x^2-1}$



16. Halla el dominio de las siguientes funciones:

a) $f(x) = \sqrt{x+1}$

b) $f(x) = \sqrt{x^2+1}$

c) $f(x) = \sqrt{1-x^2}$

17. Representa gráficamente las funciones

a) $y = \frac{3}{2}x - 2$

b) $\frac{4-2x}{5}$

c) $y = -x^2 + 4x - 1$

d) $f(x) = -2x^2 + 4x$

e) $y = \frac{-3}{x+4}$

f) $y = \frac{-1}{x-3} - 2$

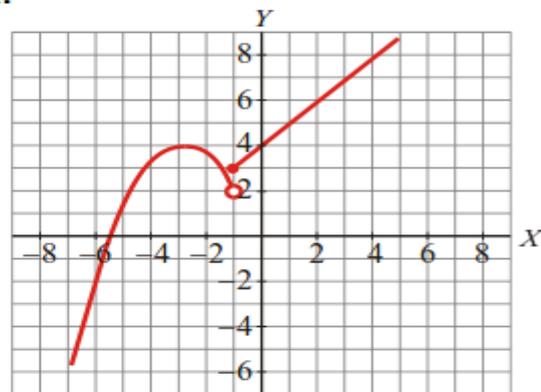
18. Representa gráficamente estas funciones a trozos:

a) $y = \begin{cases} 2x^2 & \text{si } x < -1 \\ 2x+4 & \text{si } x \geq -1 \end{cases}$

b) $y = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{si } x \leq 2 \\ 3 & \text{si } x > 2 \end{cases}$

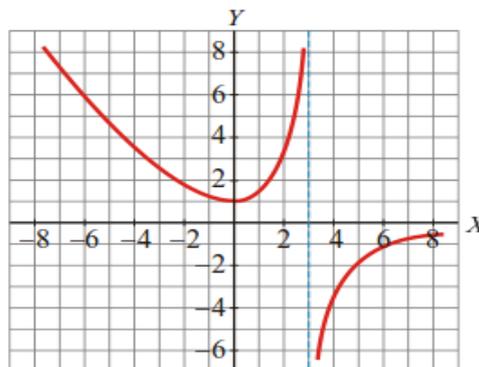
c) $y = \begin{cases} (-x+1)/2 & \text{si } x \leq -1 \\ -x^2 & \text{si } x > -1 \end{cases}$

19. A partir de la gráfica de $f(x)$, calcula:



a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ c) $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$ d) $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$ e) $\lim_{x \rightarrow 5} f(x)$

20. La siguiente gráfica corresponde a la función $f(x)$. Sobre ella, calcula los límites:



a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ c) $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$ d) $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$ e) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

21. $\lim_{x \rightarrow 2} (3-x)^2$

24. $\lim_{x \rightarrow -1} \sqrt{6-3x}$

22. $\lim_{x \rightarrow 8} (1 + \sqrt{-2x})$

25. $\lim_{x \rightarrow 2} \left(-\frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{4} \right)$

23. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-3}{x^2+x+1}$

26. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+1}{(x-2)^2}$



27. Dada la función $f(x) = \frac{x+1}{x^2-5x+6}$, calcula el límite de $f(x)$ en $x=2$. Representa la información que obtengas.

28. Calcula los siguientes límites y representa la información que obtengas:

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (2 - x - x^4)$

b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - 2x \right)$

29. Resuelve los siguientes límites y representa los resultados obtenidos

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{(1-x)^3}$

b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3-x^3}{x^2}$

30. Halla los siguientes límites y representa gráficamente los resultados que obtengas:

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2+1}{(2-x)^3}$

b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2-x^3}{x^2-1}$

31. Estudia la continuidad de:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x & \text{si } x \leq 1 \\ 3x - 1 & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

32. Comprueba si la siguiente función es continua en $x=0$

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 - 1 & \text{si } x < 0 \\ \frac{x-2}{2} & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

33. Halla el valor de k para que $f(x)$ sea continua en $x=1$:

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 1 & \text{si } x \leq 1 \\ k & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

34. Halla las asíntotas verticales de:

$$f(x) = \frac{1}{4-x^2}$$

y sitúa la curva respecto a ellas.

35. Halla las asíntotas verticales de la siguiente función y sitúa la curva respecto a ellas:

$$f(x) = \frac{2x^2}{(x+2)^2}$$

36. Estudia el comportamiento de la siguiente función, cuando $x \rightarrow +\infty$ y cuando $x \rightarrow -\infty$, y representa las ramas que obtengas:

$$f(x) = \frac{x+1}{2x^2+2}$$

37. Halla las ramas infinitas, cuando $x \rightarrow +\infty$ y cuando $x \rightarrow -\infty$, de la siguiente función y representa los resultados que obtengas:

$$f(x) = \frac{2x^2+1}{x^2+1}$$

38. Deriva las siguientes funciones:

a) $y = 5x^4 - 2x^3 - 3x + 2$ b) $y = x^2 \cdot (3x - 2)$ c) $y = (x^2 + 3) \cdot (x^2 - x - 1)$

39. a) $y = \frac{x^2 - 3x + 4}{3x - 4}$ b) $y = \frac{3x^2 - 6}{x^2 + x + 1}$

40. a) $y = (x^2 - 5x + 3)^4$ b) $y = (3x - 2)^5$

41. a) $y = \sqrt{x^2 + 5x - 4}$ b) $y = \sqrt[3]{x^2 - 5x}$

42. a) $y = \ln(x^2 - 4x + 5)$

a) $y = \ln \frac{3x + 7}{5x - 2}$

43. a) $y = 5^{3x-2}$ b) $y = e^{x^2 - 4x + 3}$

44. Dada la función $y = x^3 + x^2 - 5x + 3$, se pide:

- a) Su dominio y puntos de corte con los ejes coordenados.
- b) Intervalos de crecimiento y de decrecimiento.
- c) Máximos y mínimos locales.
- d) Representación gráfica a partir de la información de los apartados anteriores.

45. Dada la función $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 2}{x - 1}$, se pide:

- a) Calcular su dominio, asíntotas, cortes con los ejes y el signo de la función.
- b) Determinar los extremos relativos indicando los intervalos de crecimiento y decrecimiento.
- c) Hacer su representación gráfica aproximada.

46. Dada la función $f(x) = \frac{x}{x^2 - 1}$, se pide:
- Hallar el dominio y las asíntotas.
 - Hallar los intervalos de crecimiento y decrecimiento.
 - Hacer una representación gráfica aproximada.
47. a) En una bolsa hay 30 bolas, todas del mismo tamaño, de las cuales 15 son rojas, 10 son amarillas y 5 son verdes. ¿Cuál es la probabilidad de cada color al sacar una bola?
- b) En un avión viajan 35 pasajeros franceses, 15 españoles, 10 británicos y 50 italianos. ¿Cuál es la probabilidad de que el primer pasajero que salga del avión no sea español?
48. Lanzamos dos dados y anotamos sus puntuaciones. Calcula la probabilidad de que:
- Salga un número igual y par en cada dado.
 - Salgan números menores que 5 en cada dado.
49. Se lanzan una moneda y un dado cúbico con las caras numeradas del 1 al 6.
- Forma el diagrama en árbol. ¿Cuántos resultados se obtienen?
 - Calcula la probabilidad de que salgan cara y número par.
50. En una bolsa se introducen unas tarjetas con los nombres de los alumnos de una clase compuesta por 16 chicas y 12 chicos. Se extraen 2 tarjetas al azar. Halla la probabilidad de que sean 2 chicas:
- Con devolución de la primera tarjeta.
 - Sin devolución de la primera tarjeta.
51. En una ciudad en la que hay doble número de hombres que de mujeres, hay una epidemia. El 6% de los hombres y el 11% de las mujeres están enfermos. Se elige al azar un individuo. Calcula la probabilidad de que:
- sea hombre;
 - esté enfermo;
 - sea hombre, sabiendo que está enfermo.
52. Un estudiante hace dos pruebas en un mismo día. La probabilidad de que pase la primera prueba es del 0,6. La probabilidad de que pase la segunda es del 0,8 y la de que pase ambas es del 0,5. Se pide:
- La probabilidad de que pase, al menos, una prueba.
 - La probabilidad de que no pase ninguna prueba.
 - ¿Son las pruebas independientes?
 - La probabilidad de que pase la segunda prueba en el caso de no haber superado la primera.
53. Una fábrica de coches tiene tres cadenas de producción, A, B y C. La cadena A fabrica el 50% del total de coches producidos, la B el 25% y la C el resto. La probabilidad de que un coche resulte defectuoso es: en la cadena A, 1/2; en la B, 1/4 y en la C, 1/6.
Calcula razonadamente:
- La probabilidad de que un coche sea defectuoso y haya sido fabricado por la cadena A.
 - La probabilidad de que un coche sea defectuoso.
 - Si un coche no es defectuoso, ¿cuál es probabilidad de que haya sido producido por la cadena C?
54. Calcula las probabilidades que se indican en las siguientes distribuciones binomiales.
- En $B(8; 0,2)$ $P(X = 4)$, $P(X = 1)$, $P(X = 0)$
 - En $B(6; 0,8)$ $P(2 \leq X \leq 5)$, $P(1 \leq X \leq 4)$



55. Calcula la probabilidad de que la variable aleatoria, X , que cuenta el número de veces que sale un 5 en 4 tiradas de un dado, sea mayor o igual que 3.
56. Consideramos la variable aleatoria que cuenta el número de bolas blancas que obtengo, al sacar tres veces una bola de un recipiente que contiene 2 bolas blancas y 3 rojas, y después de anotar el color, devolver la bola al recipiente. Calcula la probabilidad de que obtenga 2 bolas blancas.
57. En una distribución $N(0, 1)$, calcula las probabilidades.
- | | |
|---------------------|----------------------|
| a) $P(Z < 0,73)$ | e) $P(Z > -0,38)$ |
| b) $P(Z < 2,05)$ | f) $P(Z > -1,297)$ |
| c) $P(Z \leq 1,77)$ | g) $P(Z = -2,75)$ |
| d) $P(Z < 0,274)$ | h) $P(Z \geq -1,04)$ |
58. En una distribución $N(90, 12)$, obtén estas probabilidades.
- | | |
|-------------------------|----------------------------|
| a) $P(106 < X < 120)$ | d) $P(76,67 < X < 103,96)$ |
| b) $P(109 < X < 117,3)$ | e) $P(58,89 < X < 82)$ |
| c) $P(84 < X < 112,6)$ | f) $P(69 < X < 87)$ |
59. La distribución de puntos obtenidos por los participantes en unas oposiciones es una normal de media 110 puntos y desviación típica 15 puntos.
- Para aprobar es necesario obtener 100 puntos o más. ¿Qué porcentaje de opositores aprueba?
 - ¿Cuál es la probabilidad de que un opositor obtenga entre 90 y 125 puntos?
60. El peso de las vacas de una granja se distribuye como una distribución normal de 500 Kg de media y 45 Kg de desviación típica.
- ¿Cuántas pesarán más de 540 Kg?
 - ¿Qué porcentaje de vacas pesarán entre 470 y 490 Kg?