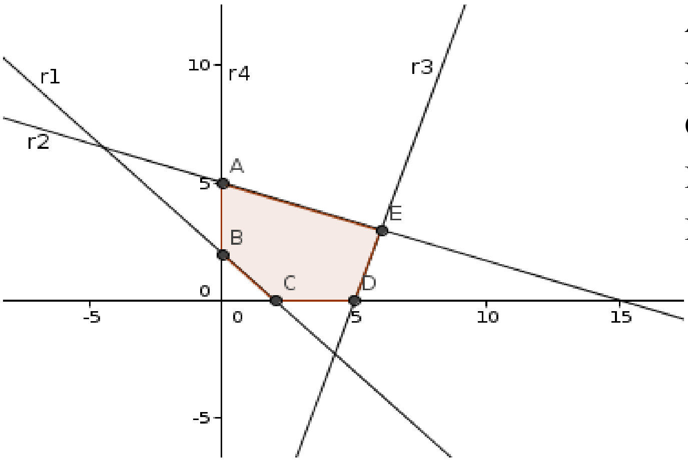
A.1.a)



A(0,5)

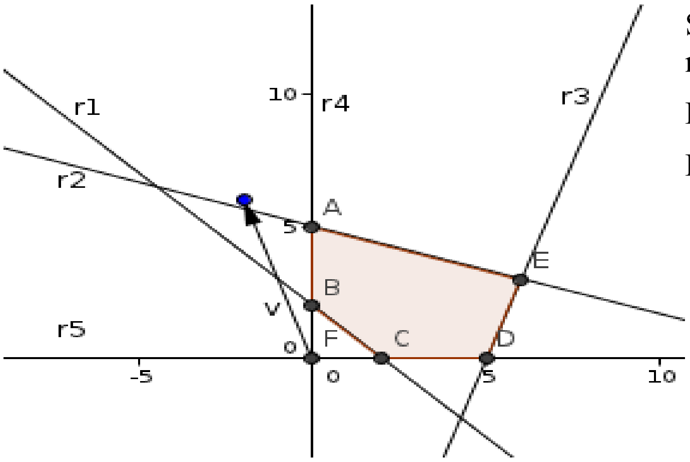
B(0, 2)

C(2, 0)

D(5, 0)

E(6, 3)

A.1.b)



Según el vector director de la recta F, el valor mínimo estará en B, y el máximo en E.

F(B) = 2

F(E) = 21

A.1.c) No, porque el máximo de F en el recinto es 21.

A.2.a) $Dom(f)=\mathbb{R}-\{-\frac{1}{2}\}$

Corte en eje Y: $x=0 \rightarrow y=0 \quad :(0,0)$

Cortes en el eje X: $y=0$ *tiende a* $x=0 \quad :(0,0)$

Asíntotas horizontales:

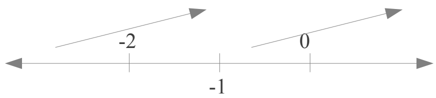
$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\frac{4}{2}=2.$$

$\lim_{x\to-\infty} f(x)=\frac{4}{2}=2.$ Hay una asíntota horizontal en $y=2$ por $+\infty$ y por $-\infty$.

Asíntotas verticales:

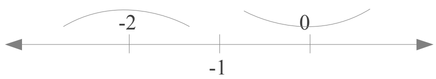
$$\lim_{x\to-\frac{1}{2}} f(x)=\infty \;;\; \left\{\begin{array}{l}\lim_{x\to\frac{-1}{2}^+} f(x)=-\infty \\ \lim_{x\to\frac{-1}{2}^-} f(x)=+\infty\end{array}\right\}. \qquad \text{Asíntota vertical en } x=\frac{-1}{2}$$

A.2.b) Crecimiento: $g'(x)=3x^2+6x+3\ ;\ g'(x)=0\rightarrow x=-1$



La función es creciente en ℝ.

Curvatura: $g''(x)=6x+6\ ;\ g''(x)=0\rightarrow x=-1$



Punto de inflexión en (-1, -1)

A.3) I: "Que haya incidente"

S: "Que suene la alarma"

	I	I'	
S	0,095*	0,027*	0,122
S'	0,005	0,873	0,878
	0,1	0,9	1

*: 0,095 = 0,95·0,1

0,027 = 0,03·0,9

a) $p(S)=0{,}122$

b) $p(I'/S)=\dfrac{0{,}027}{0{,}122}=0{,}2213$

A.4.a) H_0: $\mu < 70$; H_1: $\mu \geq 70$. Contraste de hipótesis unilateral sobre la media.

A.4.b) (-∞ , b). $b=70+1{,}645\cdot\dfrac{8{,}9}{\sqrt{100}}=71{,}46$

A.4.c) $\bar{x}$ = 71,8. Está fuera de la región de aceptación. Se rechaza H_0.

B.1.a) $A\cdot A^t=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 2\end{pmatrix}\ ;\quad A^t\cdot A=\begin{pmatrix}1 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 0\\ 1 & 0 & 1\end{pmatrix}\ ; A\cdot B=$ no pueden multiplicarse.

B.1.b) $(A\cdot A^t)\cdot X=B\ ;\quad X=(A\cdot A^t)^{-1}\cdot B=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & \frac{1}{2}\end{pmatrix}\cdot B=\begin{pmatrix}3 & -1\\ \frac{1}{2} & 1\end{pmatrix}$

B.2.a) La función es continua en (-∞, 2) por ser polinómica. La función es continua en (2, +∞) porque el único punto problemático sería 0 que no entra en ese trozo. Estudiamos la continuidad en x = 2.

$$\left.\begin{array}{l} f(2)=\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)=2\\ \lim\limits_{x\to 2^+} f(x)=4-\dfrac{a}{2}\end{array}\right\}\quad 2=4-\frac{a}{2}\ ;\quad a=4$$

Si a = 4 la función es continua en ℝ.

Derivabilidad para a = 2. $f(x)=\begin{cases} x^2-3x+4 & ,\ si\ x\leq 2\\ 4-\dfrac{4}{x}\ , & si\ x>2\end{cases}$ Por los mismos motivos de antes, la función es derivable en (-∞, 2) y en (2, +∞). Estudiamos en x = 2.

$f'(x)=\begin{cases} 2x-3 & , si\ x<2 \\ \frac{4}{x^2}, & si\ x>2 \end{cases}$; $f'(2)=\begin{cases} 1, & si\ x\to 2^- \\ 1, & si\ x\to 2^+ \end{cases}$ La función también es derivable en x = 2.

B.2.b) $f(x)=\begin{cases} x^2-3x+4 & , si\ x\le 2 \\ 4-\frac{1}{x}, & si\ x>2 \end{cases}$

Asíntotas horizontales: $\lim_{x\to -\infty} f(x)=+\infty$; No hay asíntota por $-\infty$

$\lim_{x\to +\infty} f(x)=4$; Hay asíntota por $+\infty$ en $y=4$

Asíntotas verticales: $Dom\ f=\mathbb{R}$ Estudiamos en x = 2.

$\lim_{x\to 2^-} f(x)=2$; No hay asíntota por 2^-

$\lim_{x\to 2^+} f(x)=\frac{7}{2}$; No hay asíntota por 2^+

No hay verticales.

B.3.a) $p(A\cup B)=0.4+0.5-0.2=0.7$

$$p(A/B)=\frac{p(A\cap B)}{p(B)}=\frac{0.2}{0.5}=0.4$$

$$p(B/A')=\frac{p(B\cap A')}{p(A')}=\frac{p(B)-p(A\cap B)}{p(A')}=\frac{0.3}{0.6}=0.5$$

B.3.b) Incompatibles $\Leftrightarrow p(A\cap B)=0$. Por tanto, no son incompatibles.

B.3.c) Independientes $\Leftrightarrow p(A\cap B)=p(A)\cdot p(B)$; $0.4\cdot 0.5=0.2$; Sí son independientes.

B.4.a) $X\to N(50,4)$; $\overline{X}\to N(50,\frac{4}{\sqrt{16}})=N(50,1)$ No tiene porqué ser n ≥ 30, puesto que la población sigue una distribución que ya es normal.

B.4.b) $p(47.5<\overline{X}<52.5)=p\left(\frac{47.5-50}{1}<Z<\frac{52.5-50}{1}\right)=0.9876$